

ГЛАВА 6. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

6.1. Способ аксонометрического проецирования.

Коэффициенты искажения

Комплексный чертеж является графически простым и удобно измеряемым, однако по нему не всегда легко представить предмет в пространстве. Необходим чертеж, дающий и наглядное представление. Он может быть получен при проецировании предмета вместе с осями координат на одну плоскость. В этом случае по одной проекции можно получить наглядное и метрически определенное изображение. Такие виды изображений называют аксонометрическими проекциями.

Способ аксонометрического проецирования состоит в том, что данная фигура вместе с осями прямоугольных координат, к которым она отнесена в пространстве, проецируется на некоторую плоскость, принятую за плоскость проекций (эту плоскость называют также картинной плоскостью).

В зависимости от удаления центра проецирования от картинной плоскости аксонометрические проекции разделяют на: *центральные* – центр проецирования находится на конечном расстоянии от картинной плоскости; *параллельные* – центр проецирования находится в бесконечности.

В дальнейшем мы будем рассматривать только параллельное аксонометрическое проецирование.

Слово “аксонометрия” образовано из слов древнегреческого языка: “аксон” – ось и “метрео” – измеряю, то есть оно переводится как “измерение по осям”. Это означает, что аксонометрическое изображение дает возможность производить измерение изображаемого объекта как по координатным осям x , y , z , так и по направлениям, им параллельным.

Построим аксонометрическую проекцию точки A , отнесенной к трем взаимно перпендикулярным плоскостям проекций (рис. 6.1).

Возьмем произвольный масштабный отрезок e (натуральный масштаб) и отложим его на осях, обозначив e_x , e_y , e_z ($e=e_x=e_y=e_z$). Спроецируем на картинную плоскость Q параллельными лучами точку A вместе с проекциями a , a' , a'' , координатными осями и масштабными отрезками e_x , e_y , e_z .

Введем некоторые наименования:

Q – плоскость аксонометрических проекций (картинная плоскость);

l – направление проецирования;

α – угол наклона направления проецирования l к плоскости аксонометрических проекций Q (картинной плоскости);

CHAPTER 6. AXONOMETRIC PROJECTIONS

6.1 The Method of Axonometric Projection. Coefficient of Distortion

A complex drawing is rather simple and easily measured, although it is hard sometimes to imagine an object in space by means of it. It is often necessary to have in addition to it a drawing of pictorial view, which may be obtained by projecting an object and its co-ordinate axes onto one plane. Then one projection will provide a visual and metrically distinguished image of the object. Such kinds of an object representation are called the axonometric projections.

The method of axonometric projection consists in the following: a given figure and the axes of rectangular co-ordinates to which the figure is related in space are projected on a plane referred to as a plane of projections (it also called a picture plane).

Depending on the distance between the centre of projection and the picture plane all axonometric projections are classified as: the *central projections* - the centre is located at a finite distance from the plane; and the *parallel projections* - the centre is at infinity.

Only parallel axonometric projections are considered in this chapter.

The word “axonometry” is derived from the Greek words “axon” which means “axis” and “metro” meaning “I measure”, so it can be translated as “the measurement by the axes”. That is, an axonometric representation provides the opportunity to measure an object both by the co-ordinate axes x , y , z and by the directions parallel to them.

Let us construct an axonometric projection of the point A related to three

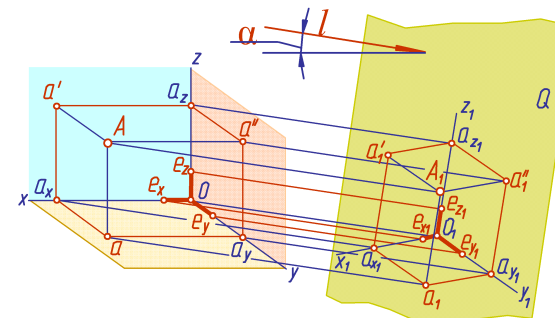


Fig. 6.1 (Рис. 6.1)

mutually perpendicular projection planes (Fig. 6.1).

The x , y , z co-ordinate axes are called the natural axes. Take a scaled line-segment e (natural scale), lay it off on the axes and designate it as e_x , e_y , e_z ($e=e_x=e_y=e_z$). Now project (by parallel beams) the point A , the projections a , a' , a'' , the co-ordinate axes and the scaled segments e_x , e_y , e_z onto the picture plane Q .

Let us introduce some designations:

Q - axonometric projection plane (picture plane);

l - direction of projecting;

α - angle of inclination of the direction l to the plane Q ;

Оси координат x, y, z называют натуральными осями координат.
 x_1, y_1, z_1 – аксонометрические оси координат (аксонометрические оси);
 A_1 – аксонометрическая проекция точки A ;
 a_1, a_1', a_1'' – вторичные проекции точки A ;
 e_x, e_y, e_z – масштабные отрезки;
 e_{x1}, e_{y1}, e_{z1} – аксонометрические (вторичные) проекции масштабных отрезков.

В зависимости от положения плоскостей проекций H, V, W , плоскости аксонометрических проекций Q и направления проецирования l в пространстве координаты точки будут проецироваться с различными искажениями.

Отношение длины аксонометрической проекции масштабного отрезка к его истинной величине называется коэффициентом искажения по оси.

Обозначим эти коэффициенты:

$$\text{по оси } x \quad m = \frac{e_{x1}}{e_x}, \quad \text{по оси } y \quad n = \frac{e_{y1}}{e_y}, \quad \text{по оси } z \quad k = \frac{e_{z1}}{e_z}.$$

В зависимости от соотношения между коэффициентами искажения по осям различают аксонометрические проекции:

1. Изометрические, если $m = n = k$;
2. Диметрические, если $m = k \neq n$ или $m = n \neq k$;
3. Триметрические, если $m \neq n \neq k$.

Наименование проекций произошло от древнегреческих слов: "*isos*" – одинаковый (изометрическая проекция - проекция с одинаковыми коэффициентами искажения по всем трем осям); "*di*" – двойной (диметрическая проекция - проекция с одинаковыми коэффициентами искажения по двум осям); "*treis*" – три (триметрическая проекция - проекция с разными коэффициентами искажения по всем трем осям).

В зависимости от направления проецирования по отношению к плоскости аксонометрических проекций Q аксонометрические проекции делятся на прямоугольные, если угол проецирования $\alpha = 90^\circ$, и косоугольные, $\alpha \neq 90^\circ$.

Существует связь между коэффициентами искажения, которая в зависимости от направления проецирования выражается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \text{для косоугольной аксонометрии:} \quad & m^2 + n^2 + k^2 = 2 + ctg^2 \alpha; \\ \text{для прямоугольной аксонометрии:} \quad & m^2 + n^2 + k^2 = 2. \end{aligned}$$

В зависимости от положения в пространстве осей координат, плоскости аксонометрических проекций и направления проецирования можно получить множество аксонометрических проекций, отличающихся друг от друга направлением аксонометрических осей и масштабов по ним.

x_1, y_1, z_1 – axonometric co-ordinate axes or axonometric axes;

A_1 – axonometric projection of the point A ;

a_1, a_1', a_1'' – secondary projections of the point A ;

e_x, e_y, e_z – scaled line-segments;

e_{x1}, e_{y1}, e_{z1} – axonometric (secondary) projections of the scaled line-segments;

Depending on the position of the planes H, W, V , the axonometric projection plane Q and the direction of projecting S in the space, the point co-ordinates will be projected with different distortions.

The ratio of the length of the axonometric projection segment to its true size is referred to as the coefficient of distortion on an axis.

Let us designate the above coefficients:

$$\text{on the axis } x \quad m = \frac{e_{x1}}{e_x}$$

$$\text{on the axis } y \quad n = \frac{e_{y1}}{e_y}$$

$$\text{on the axis } z \quad k = \frac{e_{z1}}{e_z}$$

Depending on the ratio of the coefficient of distortion on the axes, the following axonometric projections are distinguished:

1. Isometric projections when $m = n = k$;
2. Dimetric projections when $m = k \neq n$ or $m = n \neq k$;
3. Trimetric projections when $m \neq n \neq k$.

The names of the projections are derived from Greek: "*isos*" – equal (the isometric projection is a projection of the equal coefficients of distortion on all axes); "*di*" – double (dimetric projection is a projection of the equal coefficients of distortion on two axes); "*treis*" – three (trimetric projection is a projection of different coefficients of distortion on all axes).

Depending on the direction of projecting relative to the axonometric projection plane Q , axonometric projections are classified as rectangular (the projection angle $\alpha = 90^\circ$) and oblique ($\alpha \neq 90^\circ$).

The relationship between the coefficients of distortion, depending on the direction of projecting, may be expressed in the following equations:

$$\begin{aligned} \text{for oblique axonometry} \quad & m^2 + n^2 + k^2 = 2 + cot^2 2\alpha; \\ \text{for rectangular axonometry} \quad & m^2 + n^2 + k^2 = 2. \end{aligned}$$

Depending on the location of the co-ordinate axes, the axonometric projection planes and on the directions of projecting, the vast majority of axonometric projections may be different in the direction of the axonometric axes and in their scales.

Занимаясь теорией аксонометрии, немецкий геометр К. Польке в 1853 году предложил теорему, названную основной теоремой аксонометрии: «Любые три отрезка, выходящие из одной точки на плоскости, могут быть приняты за параллельные проекции трех равных и взаимно перпендикулярных отрезков в пространстве». Первое обобщение и доказательство этой теоремы было дано в 1864 г. другим немецким геометром Г. Шварцем. С этого времени основная теорема аксонометрии стала называться теоремой Польке – Шварца.

Из рассмотренного выше можно вывести определение аксонометрии:

Аксонометрией называется изображение предмета на плоскости, отнесенное к определенной системе координат и выполненное в определенном масштабе с учетом коэффициентов искажения.

6.2. Прямоугольная параллельная изометрия

Прямоугольную параллельную изометрию широко применяют в практике технического черчения. В прямоугольной изометрической проекции (рис. 6.2) аксонометрические оси x_1, y_1, z_1 образуют друг с другом углы в 120° , а коэффициенты искажения по всем трем осям одинаковы ($m=n=k$) и равны $0,82$ ($m^2+n^2+k^2=2; m=n=k=\sqrt{\frac{2}{3}}=0,82$). Однако изометрическую проекцию для упрощения, как правило, выполняют приведенной, то есть принимают коэффициенты искажения по осям $m=n=k=1$. При этом изображение получается увеличенным в 1.22 раза.

Ось z_1 располагают вертикально, а оси x_1 и y_1 – под углом 30° к горизонтальному направлению.

Если, например, даны ортогональные проекции точки A (рис. 6.3), то для построения изометрической проекции этой точки проводим аксонометрические оси под углом 120° друг к другу (рис. 6.4). Далее от начала координат точки O_1 по оси x_1 откладываем отрезок o_1a_{x1} , равный координате x_A точки A . Координату x_A берем с комплексного чертежа (рис. 6.3).

Из точки a_{x1} проводим прямую, параллельную оси y_1 , и на ней откладываем отрезок, равный координате y_A точки A , получаем точку a_1 ; из точки a_1 проводим отрезок, параллельный оси z_1 и равный координате z_A точки A . Полученная точка A_1 – изометрическая проекция точки A .

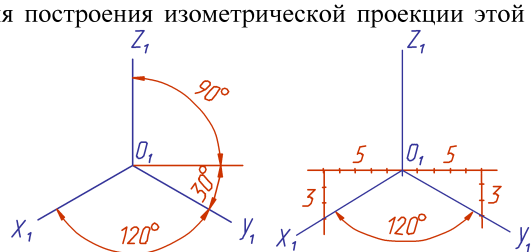


Рис. 6.2 (Fig. 6.2)

рические оси под углом 120° друг к другу (рис. 6.4). Далее от начала координат точки O_1 по оси x_1 откладываем отрезок o_1a_{x1} , равный координате x_A точки A . Координату x_A берем с комплексного чертежа (рис. 6.3).

Из точки a_{x1} проводим прямую, параллельную оси y_1 , и на ней откладываем отрезок, равный координате y_A точки A , получаем точку a_1 ; из точки a_1 проводим отрезок, параллельный оси z_1 и равный координате z_A точки A . Полученная точка A_1 – изометрическая проекция точки A .

The principal theorem of axonometry was declared by the German mathematician K.Pohlke in 1853: “Any three line-segments passing from one point on a plane can be referred to as the parallel projections of three equal and mutually perpendicular line-segments in the space”. The first generalisation and proof of this theorem was provided by another German mathematician G.Schwarz in 1864. Since then, the theorem is called the Polke – Schwarz theorem.

The definition of axonometry may be derived from it:

Axonometry is a representation of an object on a plane related to a certain coordinate system and completed to a certain scale subject to the coefficients of distortion.

6.2 Rectangular Parallel Isometry

Rectangular parallel isometry is widely used in the practice of technical drawing. In rectangular isometric projection (Fig.6.2) the axonometric axes x, y, z are at 120° to each other and the coefficients of distortion are similar in all three axes ($m=n=k$), and are equal to 0.82 ($m^2+n^2+k^2=2; m=n=k=\sqrt{2/3}=0.82$). However, to simplify an isometric projection, a reduction of the coefficients of distortion is usually applied ($m=n=k=1$). In this case, the representation obtained is enlarged by 1.22.

The axis z is positioned vertically, the axes x_1 and y_1 - at 30° to the horizontal direction.

Example: To construct an isometric projection of the point A given its orthogonal projections (Fig. 6.3), draw the axonometric axes at 120° to each other (Fig. 6.4). Then from the origin of co-ordinates O_1 on the axis x_1 lay off the line-segment o_1a_{x1} equal to the co-ordinate x_A of the point A . The co-ordinate x_A is taken from the complex drawing (Fig. 6.3).

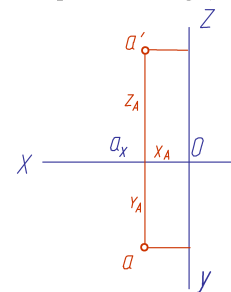


Fig. 6.3 (Рис. 6.3)

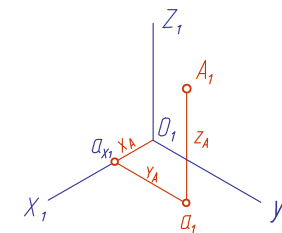


Fig. 6.4 (Рис. 6.4)

From the point a_{x1} pass a straight line parallel to the axis y_1 and on it lay off a segment equal to the co-ordinate y_A of the point A to obtain the point a_1 . From this point (a_1) draw a line-segment parallel to the axis z_1 and equal to the co-ordinate z_A of the point A . The point A_1 thus obtained is an isometric projection of the point A .

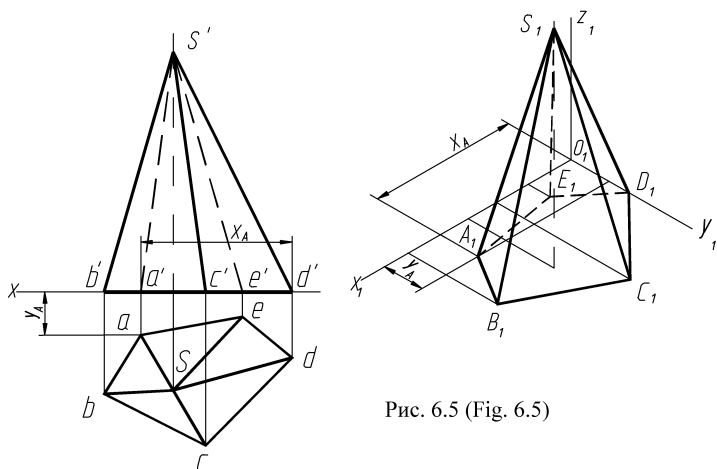


Рис. 6.5 (Fig. 6.5)

Построение изометрии пятигранной пирамиды по ее чертежу показано на рис. 6.5. Определяем координаты всех точек основания пирамиды. Затем по координатам x и y строим изометрию пяти точек – вершин основания пирамиды. Например, для построения изометрической проекции точки A по оси x_1 от начала координат точки O_1 откладываем отрезок, равный координате $x_A = a'd'$. Из конца отрезка проводим прямую, параллельную оси y_1 , на которой откладываем отрезок, равный второй координате точки $y_A = a'a$. Далее строим высоту пирамиды и находим точку S_1 – ее вершину. Соединяя точку S_1 с точками основания A_1, B_1, C_1, D_1, E_1 , получаем изометрию пирамиды.

На рис. 6.6 приведен пример построения изометрии шестигранной призмы.

6.3. Прямоугольная параллельная диметрия

В прямоугольной диметрии ось z_1 – вертикальная, ось x_1 расположена под углом $7^\circ 10'$, а ось y_1 – под углом $41^\circ 25'$ к горизонтальной прямой (рис. 6.7). Коэффициенты искажения по оси x_1 и z_1 принимают равными $m=k$, а по оси y_1 – в два раза меньше – $n = \frac{1}{2}m$.

$$\text{Тогда, } m^2 + k^2 + n^2 = m^2 + m^2 + \left(\frac{1}{2}m\right)^2 = 2; \quad m = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0.94; \quad n = 0.47.$$

На практике, как правило, выполняют проведенную диметрию, принимая коэффициенты искажения $m=k=1$, а $n=0.5$. В этом случае изображение увеличивается в 1.06 раза.

Если дана ортогональная проекция точки A (рис. 6.8), то для построения диметрической проекции этой точки проводим аксонометрические оси под заданным углом (рис. 6.9).

Constructing an isometry of a pentagonal pyramid by its drawing is shown in Fig. 6.5. First, determine the co-ordinates of all points of the pyramid base. Then according to x and y co-ordinates construct an isometry of five points – the vertices of the pyramid base. For example, to construct an isometric projection of the point A from the origin O_1 on the axis x_1 lay off a segment equal to the co-ordinate $x_A = a'd'$. From the end of the segment pass a line parallel to the axis y_1 , on which lay off a segment equal to the second co-ordinate of the point $y_A = a'a$. Now construct the pyramid height and find its vertex S_1 . Joining the point S_1 with the points A_1, B_1, C_1, D_1, E_1 obtain the pyramid isometry.

Fig. 6.6 shows the construction an isometry of a hexagonal prism.

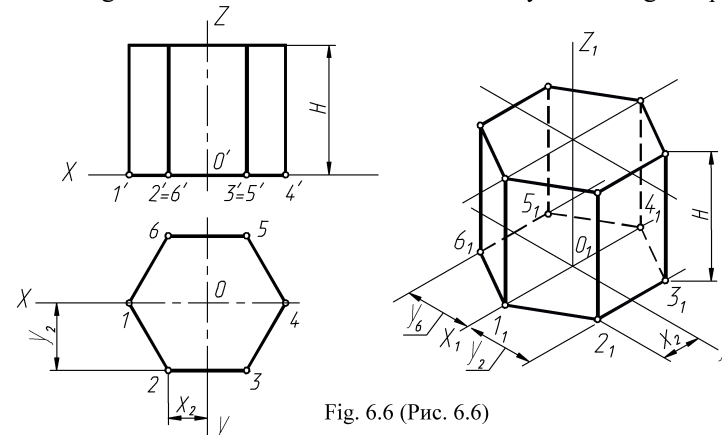


Fig. 6.6 (Рис. 6.6)

6.3 Rectangular Parallel Dimetry

In the rectangular dimetry the axis z_1 is vertical, the axis x_1 is at $7^\circ 10'$ and the axis y_1 is at $41^\circ 25'$ to the horizontal line (Fig. 6.7). The coefficients of distortion on the axes x_1 and z_1 are assumed to be equal ($m=k$), those on the axis y_1 – twice less ($n=1/2m$).

$$\text{Then: } m^2 + k^2 + n^2 = m^2 + m^2 + (1/2m)^2 = 2; \quad m = \sqrt{8/9} = 0.94; \quad n = 0.47$$

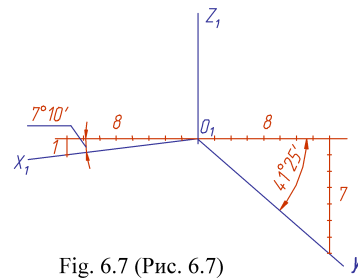


Fig. 6.7 (Рис. 6.7)

In practice the reduction of dimetry is usually used with the coefficients of distortion $m=k=1$, $n=0.5$. In this case the representation is enlarged by 1.06.

To construct a dimetric projection of the point A , given its orthogonal projection (Fig. 6.8), pass the axonometric axes at a given angle (Fig. 6.9).

Откладываем по оси x_1 от начала координат отрезок $O_1a_{x_1}$, равный координате x_A точки A . Из точки a_{x_1} прово-

дим прямую, параллельную оси y_1 и на ней откладываем отрезок, равный половине координаты y_A точки A , так как коэффициент искажения по оси y_1 равен 0.5. Из точки a_1 проводим отрезок a_1A_1 , равный координате z_A . Получаем точку A_1 – диметрическую проекцию точки A .

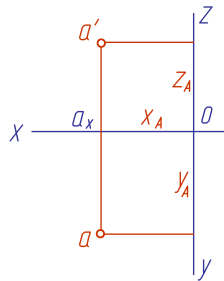


Рис. 6.8 (Fig. 6.8)

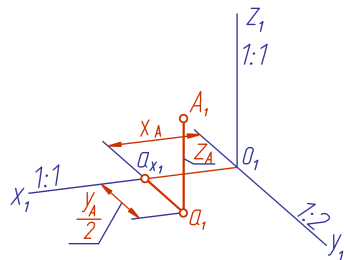


Рис. 6.9 (Fig. 6.9)

Построение диметрии призмы с призматическим отверстием (рис. 6.10) показано на рис. 6.11.

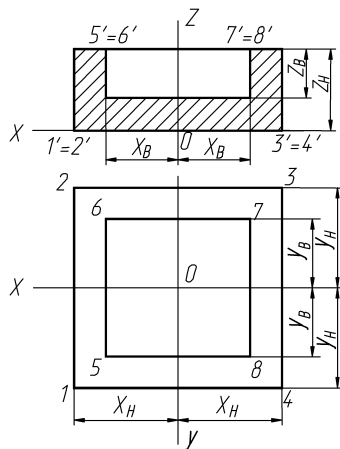


Рис. 6.10 (Fig. 6.10)

Для выявления внутренней формы детали аксонометрическая проекция выполнена с вырезом 1/4 (угол, образованный секущими плоскостями, выполняется раскрытым). Так как деталь симметрична, начало координат (точку O) выбираем в центре призмы и строим оси x, y, z (рис. 6.10).

Аксонометрическую проекцию выполняем в следующей последовательности.

Строим аксонометрические оси и плоские фигуры, полученные при сечении детали плоскостями xOz и yOz (рис. 6.11-1).

Обозначим вершины нижнего основания (точки 1, 2, 3, 4) и строим аксонометрические проекции точек 2, 3, 4. Строим верхнее основание призмы, проводя из полученных точек отрезки, параллельные оси z_1 , и откладываем на них высоту призмы z_H

(рис. 6.11-2).

В верхнем основании обозначим вершины призматического отверстия (точки 5, 6, 7, 8) и строим аксонометрические проекции точек 6, 7, 8. Из этих точек проводим линии, параллельные оси z_1 , и на них откладываем z_B – глубину отверстия. Полученные точки соединяем тонкими линиями (рис. 6.11-3).

Обводим видимые линии чертежа и убираем вспомогательные построения. Проводим линии штриховки сечений (рис. 6.11-4).

On the axis x_1 from the origin of coordinates lay off the line-segment $o_1a_{x_1}$ equal to the coordinate x_A of the point A . From the point a_{x_1} draw a straight line parallel to the axis y_1 , and on it lay off a segment equal to the half length (as the coefficient of distortion on the axis y_1 is 0.5) of the coordinate y_1 of the point A . From the point a_1 pass the segment a_1A_1 equal to the coordinate z_A . The point A_1 thus obtained is the desired dimetric projection of the point A .

Construction of a dimetry of a prism with a prismatic hole (Fig. 6.10) is shown in Fig. 6.11.

To uncover the inside form of the detail, the axonometric projection is completed with a notch 1/4 (the angle contained by the cutting planes is drawn open for a viewer). As the detail is a symmetric one, introduce the origin of the co-ordinates (the point O) in the prism centre and construct the axes x, y, z (Fig. 6.10).

To draw the axonometric projection proceed as follows:

Construct the axonometric axes and the plane figures obtained by cutting the detail with the planes xOz and yOz (Fig. 6.11-1)

Designate the vertices of the lower base (the points 1, 2, 3, 4) and construct the axonometric projections of the points 2, 3, 4. Now pass from the obtained points the segments parallel to the axis z_1 and lay off on them the prism height z_H to construct the upper base of the prism (Fig. 6.11-2).

Designate the vertices of the prismatic opening in the upper base (points 5, 6, 7, 8) and construct the axonometric projections of the points 6, 7, 8. From the obtained points pass the lines parallel to the axis z_1 and lay off on them the depth of the opening z_B . Join the points thus obtained with the thin lines (Fig. 6.11-3).

Outline the visible lines of the drawing and take away the auxiliary constructions. Draw the cross-hatching lines (Fig. 6.11-4)

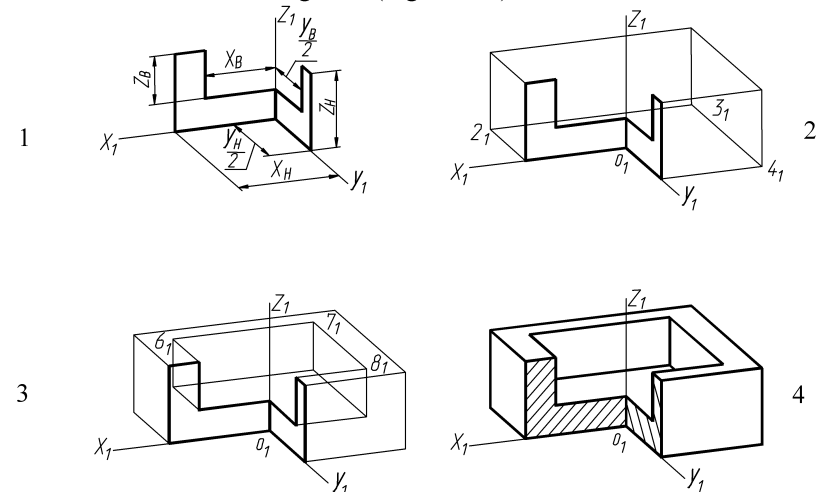


Fig. 6.11 (Рис. 6.11)

Линии штриховки сечений в аксонометрических проекциях наносят параллельно одной из диагоналей проекций квадратов, лежащих в соответствующих координатных плоскостях, стороны которых параллельны аксонометрическим осям (рис. 6.12 - для изометрии, рис. 6.13 - для диметрии).

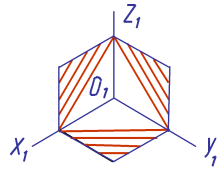


Рис. 6.12 (Fig. 6.12)

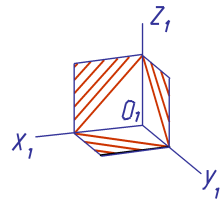


Рис. 6.13 (Fig. 6.13)

6.4. Изображение окружности и шара в прямоугольной аксонометрии

Окружность в аксонометрии в общем случае проецируется в эллипс. При построении эллипса необходимо знать направление его осей и их размеры. Надо помнить, что малая ось эллипса всегда должна быть перпендикулярна большой.

При построении проекции окружности, лежащей в одной из координатных плоскостей, малая ось эллипса направлена параллельно аксонометрической оси, не участвующей в образовании плоскости, в которой выполняются построения. Соответственно, большая ось эллипса ей перпендикулярна.

Изометрическая проекция окружности

При построении точной аксонометрии окружности величина большой оси эллипса равна величине диаметра этой окружности. При построении приведенной аксонометрии размеры увеличиваются в 1.22 раза, поэтому величина большой оси эллипса составляет $1.22D$, а величина малой оси – $0.71D$. На рис. 6.14 показан графический способ определения размеров осей эллипса. Вычерчиваем окружность диаметра D , хорда $AB = 0.71D$ (величина малой оси эллипса). Приняв за центр точки A и B , радиусом, равным AB , проводим до взаимного пересечения дуги и полученные точки E и F соединяем прямой линией $EF = 1.22D$ (величина большой оси эллипса).

Построим аксонометрические оси x_1, y_1, z_1 и в плоскости $x_1O_1z_1$ зададим направление большой и малой осей (рис. 6.15). Отложим величины, равные длине большой EF и малой AB осей эллипса, которые пересекаются в центре эллипса - точке O_2 . Через эту точку, параллельно осям x_1 и z_1 , образующим данную плоскость, проводим прямые и на них откладываем значения, равные диаметру D окружности. Соединив полученные 8 точек, получим эллипс. Для построения эллипса можно воспользоваться и каким-либо другим известным методом.

Построение эллипсов в других плоскостях не отличается по своему характеру, меняется только направление большой и малой осей эллипса.

The cross-hatching lines in axonometric projections are drawn parallel to one of the diagonals of the squares lying in the corresponding co-ordinate planes, the sides of which are parallel to the axonometric axes (Fig. 6.12-for isometry, Fig. 6.13 - for dimetry).

6.4 Representation of a Circle and a Sphere in Axonometry

A circle in axonometry is generally projected in an ellipse. When constructing an ellipse, it is necessary to know the direction of its axes and their dimensions. Note: the minor axis of an ellipse is always perpendicular to the major one.

When a circle projection is constructed (the circle lies in one of the co-ordinate planes), the minor axis of the ellipse is directed parallel to the axonometric axis which does not participate in the formation of the plane the drawing is in.

Isometric Projection of a Circle

When an accurate axonometry of a circle is constructed, the length of the ellipse major axis is equal to the diameter of the above circle. When a reduced axonometry is drawn, the dimensions are enlarged by 1.22, so the ellipse major axis' length makes $1.22D$, the minor one's - $0.71D$. Fig.6.14 presents a graphical method of determination of the ellipse axes' dimensions. Draw a circle of the diameter D , the chord $AB=0.71D$ (the length of the ellipse minor axis). Assuming the points A and B as the centre, with the radius equal to AB draw the arcs to meet each other in E and F . Join the obtained points with a straight line. $EF=1.22D$ (the length of the ellipse major axis).

Fig 6.14 (Рис. 6.14)

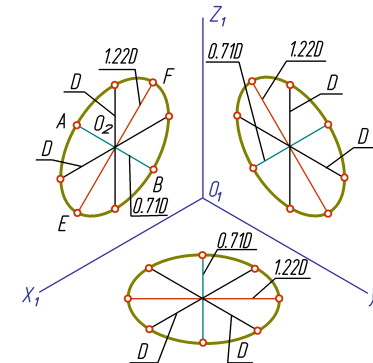
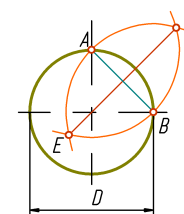


Fig. 6.15 (Рис. 6.15)

Construct the axonometric axes z_1, y_1, z_1 and specify in the plane x_1, O_1, z_1 the directions of the major and minor axes (Fig. 6.15). Lay off the segments equal in length to the major EF and the minor AB axes, to meet in the centre of the ellipse - the point O_2 . Through this point pass the lines parallel to the axes x_1 and z_1 generating the given plane. On the lines, lay off the values equal to the diameter D of the circle. Join the obtained 8 points to get an ellipse. Another method may also be used for ellipse construction.

Construction of an ellipse in the other planes is similar, only the directions of the axes change.

Диметрическая проекция окружности

В отличие от изометрии, где величины большой и малой осей эллипса остаются одинаковыми независимо от плоскости, в которой расположена окружность, в диметрии постоянной остается только величина большой оси, равная $1.06D$. В плоскостях горизонтальной H и профильной W - малая ось эллипса составляет $0.35D$, а в плоскости фронтальной V - малая ось равняется $0.94D$.

Для определения величин осей эллипса графическим способом построим прямоугольный треугольник (рис. 6.16).

Катеты треугольника составляют 100 мм и 35 мм. Гипотенуза при этом равняется 106 мм. Если мы отложим по большему катету значение, равное диаметру окружности D (отрезок AB), то отрезок BC будет составлять $0.35D$, то есть будет равен значению малой оси эллипса для плоскостей H и W .

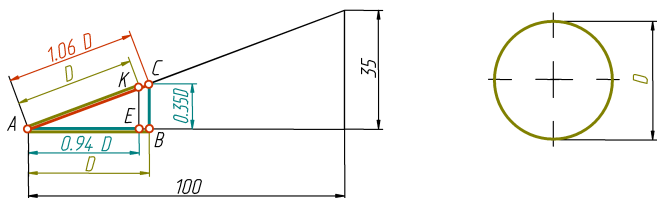


Рис. 6.16 (Fig. 6.16)

Отрезок AC равен $1.06D$, то есть значению большой оси эллипса. Если мы отложим величину диаметра D по гипотенузе (отрезок AK), затем из точки K опустим перпендикуляр на большой катет треугольника, то отрезок AE будет равен значению $0.94D$, то есть величине малой оси эллипса для плоскости V .

Изображение окружности в прямоугольной диметрической проекции показано на рис. 6.17.

Например, для построения окружности в плоскости V через точку O_2 параллельно осям x_1 и z_1 проводим прямые и на них откладываем величины, равные диаметру окружности. На линии, проведенной параллельно оси y_1 - значение, равное $0.94D$ (величину малой оси эллипса). Перпендикулярно малой строим большую ось эллипса, равную $1.06D$. полученные точки соединяем плавной линией.

Изображение шара и тора

В прямоугольной параллельной аксонометрии шар изображается окружностью. При построении шара по натуральным показателям искажения его аксонометрической проекцией будет круг с диаметром, равным диаметру изображаемого шара.

При построении изображения шара по приведенным показателям, диаметр окружности увеличивается в соответствии с увеличением коэффициента приведения: в изометрии - в 1.22 раза, в диметрии - 1.06 раза.

Dimetric Projection of a Circle

In contradiction to the isometry where the sizes of the ellipse major and minor axes remain equal whatever the plane of the circle is, in dimetry only the length of the major axis is always constant ($1.06D$). The size of the minor axis in the horizontal (H) and profile (W) planes makes $0.35D$, in the frontal (V) plane it makes $0.94D$.

To determine the size of an ellipse axes by means of the graphical method let us construct a right triangle (Fig. 6.16) given the legs (100 mm and 35 mm) and the hypotenuse (106 mm). If we lay off the segment AB equal to the circle diameter D on the longer leg, the segment DC will make $0.35D$, i.e. will be equal to the length of the minor ellipse axis on the planes H and W .

The line-segment AC is equal to $1.06D$, that is to the length of the major ellipse axis. If we lay off the length of the diameter D (the segment AK) on the hypotenuse and then drop a perpendicular from the point K to the longer leg of the triangle, the segment AE will be equal to $0.94D$, i.e. to the length of the ellipse minor axis on the plane V .

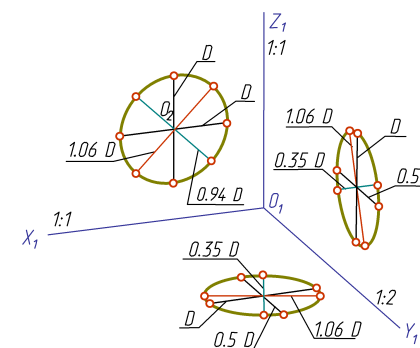


Fig. 6.17 (Рис. 6.17)

The representation of a circle in the rectangular dimetric projection is shown in Fig. 6.17.

Draw the lines parallel to the axes x_1 and z_1 and lay off on them the segments equal to the circle diameter; then draw a line parallel to the axis y_1 and lay off on it a segment of $0.5D$. Construct the major and minor axes of the ellipse. Join the points thus obtained with a smooth line.

In rectangular parallel axonometry, a sphere is represented as a circle. When a sphere is constructed by the true values of distortion, its axonometric projection is a circle of the diameter equal to the diameter of the sphere. When a sphere is constructed by reduction, the diameter of the circle enlarges in conformity with the reduction coefficient: in isometry it is 1.22; in dimetry - 1.06.

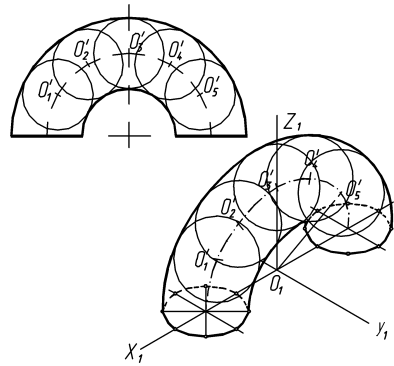


Рис. 6.18 (Fig. 6.18)

На рис. 6.18 показана изометрическая проекция тора, выполненная с помощью вписанных в него вспомогательных сфер.

6.5. Косоугольные аксонометрии Фронтальная изометрическая проекция

Положение аксонометрических осей показано на рис. 6.19.

Допускается применять фронтальные изометрические проекции с углом наклона оси y_1 в 30° и 60° . Фронтальную изометрическую проекцию выполняют без искажения по осям x_1, y_1, z_1 .

Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных фронтальной плоскости проекций V , проецируются на аксонометрическую плоскость в окружности. Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных плоскостям H и W - в эллипсы (рис. 6.20).

Большая ось эллипсов 2 и 3 составляет $1.3D$, а малая ось - $0.54D$, где D - диаметр окружности. Большая ось эллипсов 2 и 3 направлена по биссектрисе острого угла между прямыми, параллельными аксонометрическим осям и проходящими через центры эллипсов.

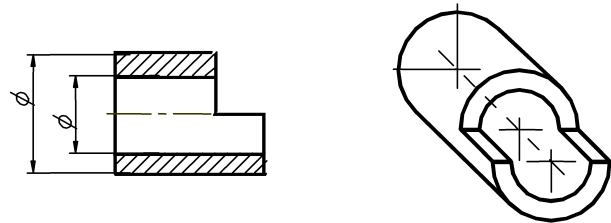


Рис. 6.21 (Fig. 6.21)

Деталь во фронтальной изометрии следует располагать по отношению к осям так, чтобы сложные плоские фигуры, окружности, дуги плоских кривых находились в плоскостях, параллельных фронтальной плоскости проекций. Тогда их построение упрощается, так как они изображаются без искажения (рис. 6.21).

Fig. 6.18 shows an isometric projection of a torus produced by means of the auxiliary spheres inscribed in it.

6.5 Oblique Axonometry

The Frontal Isometric Projection

The position of the axonometric axes is shown in Fig. 6.19.

It is admissible to apply the frontal isometric projections with the angle of inclination of the axis y_1 of 30° and 60° . The frontal isometric projection is completed without distortion on the axes x_1, y_1, z_1 .

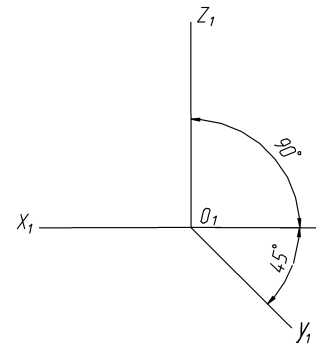


Fig. 6.19 (Рис. 6.19)

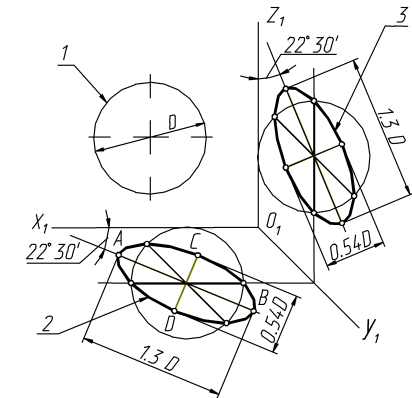


Fig. 6.20 (Рис. 6.20)

The circles lying in the planes parallel to the frontal projection plane V , are projected on the axonometric plane as circles. The circles lying in the planes parallel to the planes H and W , are projected as ellipses (Fig. 6.20).

The major axis of ellipses 2 and 3 makes $1.3D$, the minor one - $0.54D$ (D is the diameter of the circle). The major axis of ellipses 2 and 3 is directed along the acute bisectrix between the lines parallel to the axonometric axes and passing through the ellipse centres.

A detail in the frontal isometry should be positioned relative to the axes so that the complex plane figures, circles and arcs of the plane curves are located in the planes parallel to the frontal projection plane (Fig. 6.21). In this case their representations are distortionless and the drawing work is simpler to do.

Фронтальная диметрическая проекция

Положение аксонометрических осей такое же, как у фронтальной изометрической проекции (рис. 6.22).

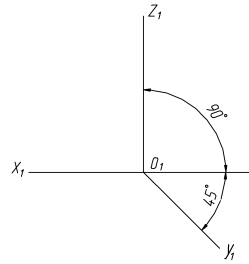


Рис. 6.22 (Fig. 6.22)

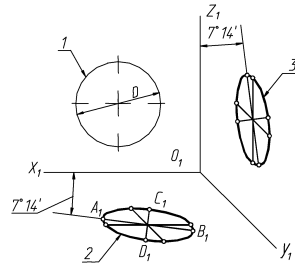


Рис. 6.23 (Fig. 6.23)

Допускается применять фронтальные диметрические проекции с углом наклона оси y_1 в 30° и 60° .

Коэффициент искажения по оси y_1 равен 0.5, по осям x_1 и z_1 - 1.

Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных фронтальной плоскости проекций V , проецируются на аксонометрическую плоскость в окружности, а окружности, лежащие в плоскостях, параллельных горизонтальной H и профильной W плоскостям проекций, - в эллипсы (рис. 6.23 - 6.24).

Большая ось эллипсов 2 и 3 $AB = 1.07$, а малая ось - $CD = 0.33$ диаметра окружности. Большая ось эллипса 2 наклонена к горизонтальной оси x_1 под углом $7^\circ 14'$, а большая ось эллипса 3 - под тем же углом к вертикальной оси z_1 .

Вопросы к главе 6

1. В чем суть способа аксонометрического проецирования?
2. Сформулируйте основную теорему аксонометрии.
3. Что называется коэффициентами искажения?
4. Как связаны между собой коэффициенты искажения?
5. Как разделяются аксонометрические проекции в зависимости от направления проецирования и от сравнительной величины коэффициентов искажения?
6. Как определяется направление большой и малой осей эллипсов, являющихся изометрической и диметрической проекцией окружности?
7. Какая линия является очерком аксонометрической проекции шара?
8. Чему равны коэффициенты искажения в косоугольной фронтальной изометрии?
9. Назовите коэффициенты искажения в косоугольной фронтальной диметрии.
10. Как строятся оси в косоугольной аксонометрии?

The Frontal Dimetric Projection

The location of the axonometric axes is similar to that of the frontal isometric projection (Fig. 6.22).

It is admissible to apply the frontal dimetric projections with the angle of inclination of the axis y_1 of 30° and 60° .

The distortion coefficient on the axis y_1 is 0.5, on the axes x_1 and z_1 it is 1.

The circles lying in the planes parallel to the frontal projection plane V are projected on the axonometric plane as circles, those lying in the planes parallel to H and W planes - as ellipses (Fig. 6.23-6.24).

The major axis of ellipses 2 and 3 is 1.07, the minor one - 0.33 of the circle diameter. The major axis A_1B_1 of ellipse 2 is inclined to the horizontal axis x_1 at the angle of $7^\circ 14'$, the major axis of ellipse 3 - at the same angle to the vertical axis z_1 .

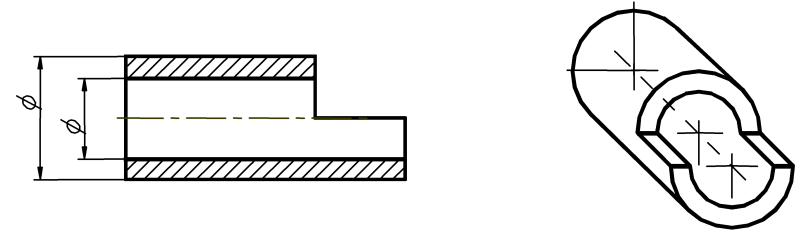


Fig. 6.24 (Рис. 6.24)

Questions to Chapter 6

1. What is the essence of the method of axonometric projection?
2. Formulate the principal theorem of axonometry.
3. What is the coefficient of distortion?
4. How are the coefficients of distortion related to each other?
5. How are the axonometric projections classified according to the direction of projecting and the comparable value of the coefficients of distortion?
6. What is the way of determining the direction of the major and minor axes of an ellipse, if ellipse is the isometric and dimetric projection of a circle?
7. What line is called the outline of the axonometric projection of a sphere?
8. What is the value of the coefficients of distortion in an oblique frontal isometry?
9. Name the coefficients of distortion in an oblique frontal isometry?
10. What is the way of constructing the axes in an oblique axonometry?