ГЛАВА 4. ПЛОСКОСТЬ

4.1. Способы задания плоскости

На чертеже плоскость может быть задана (рис. 4.1):

а) проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой;
б) проекциями прямой и точки, не лежащей на этой прямой;
в) проекциями двух пересекающихся прямых;
г) проекциями двух параллельных прямых;
д) проекциями любой плоской фигуры;
е) следами плоскости.

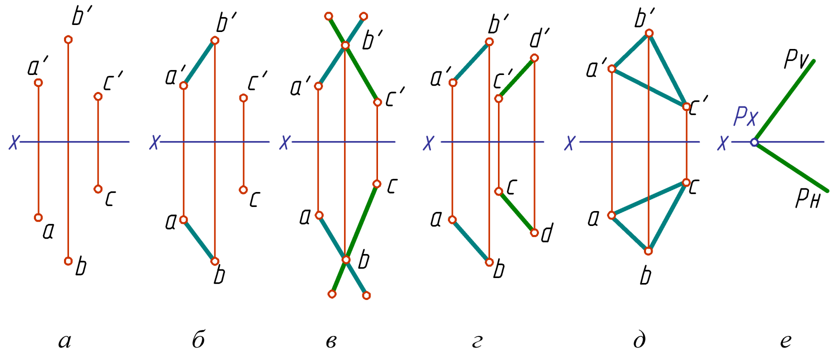


Рис. 4.1 (Fig. 4.1)

От одного задания плоскости можно перейти к другому. Например, проведя через точки *A* и *B* (рис. 4.1, а) прямую, мы от задания плоскости тремя точками перейдем к заданию плоскости точкой и прямой (рис. 4.1, б) и т.д.

В ряде случаев плоскость более наглядно может быть изображена при помощи прямых, по которым она пересекает плоскости проекций.

Прямые, по которым плоскость пересекает плоскости проекций, называются следами плоскости (рис. 4.2):

P_V – фронтальный след плоскости *P*;
P_H – горизонтальный след плоскости *P*;
P_W –профильный след плоскости *P*.

Точки пересечения плоскости с осями проекций (P_x, P_y, P_z) называются точками схода следов.

Чтобы построить след плоскости, необходимо построить одноименные следы двух прямых, лежащих в плоскости (рис. 4.2).

CHAPTER 4. REPRESENTATION OF A PLANE IN A DRAWING

4.1 Ways of Specifying a Plane

The position of a plane on a drawing may be specified in one of the following ways (Fig. 4.1):

a) by the projection of three points not lying on one line;
b) by a line and a point projection not lying on one line;
c) by projections of two intersecting lines;
d) by projections of two parallel lines;
e) by any plane figure projection;
f) by the plane traces.

It is possible to move from one way of specifying a plane to another. For example, passing a line through the *A* and *B* points (Fig. 4.1, a) we move from specifying the plane by three points to specifying it by a point and a line (Fig. 4.1, b), etc.

In particular cases a plane can be represented more visually by means of its intersection lines with the projection planes.

The intersection lines of a plane with the projection planes are called traces of the plane (Fig. 4.2):

P_V - the frontal trace of the plane *P*;
P_H - the horizontal trace of the plane *P*;
P_W - the profile trace of the plane *P*.

The points of intersection of a plane with the axes are called the vanishing points of traces (Fig. 4.2)

Construct the like traces of two lines lying in a plane to obtain a trace of the plane.

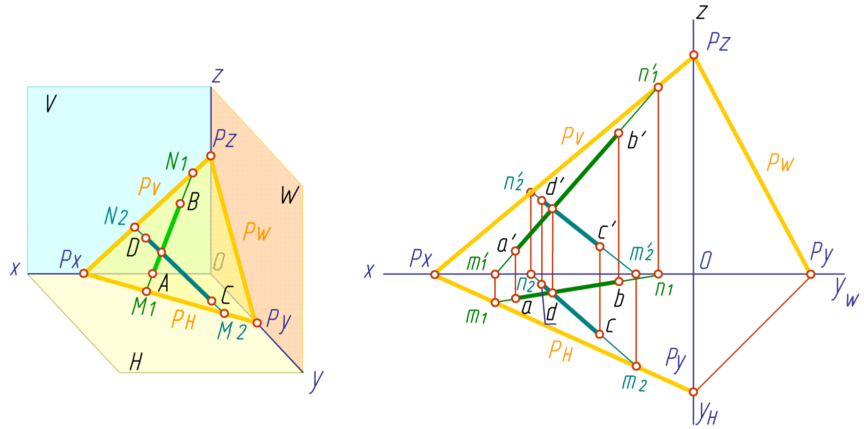


Fig. 4.2 (Рис. 4.2)

4.2. Положение плоскости относительно плоскостей проекций

Плоскость относительно плоскостей проекций может занимать следующие положения:

1. Наклонена ко всем плоскостям проекций;
2. Перпендикулярна плоскости проекций;
3. Параллельна плоскости проекций.

Плоскость, не перпендикулярную и не параллельную ни к одной из плоскостей проекций, называют плоскостью общего положения. Такими являются плоскости, изображенные на рис. 4.1, 4.2, а также на рис. 4.3.

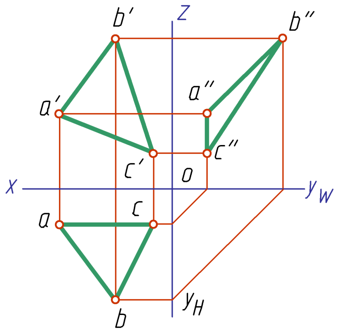


Рис. 4.3 (Fig. 4.3)

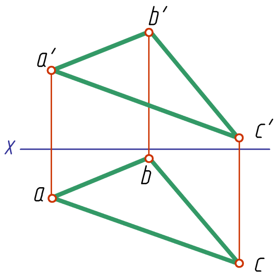


Рис. 4.4 (Fig. 4.3)

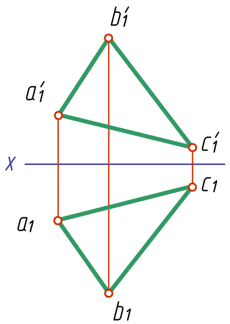


Рис. 4.5 (Fig. 4.4)

Плоскость, которая по мере удаления от наблюдателя повышается, называется восходящей (рис. 4.4). Плоскость, понижающаяся по мере удаления от наблюдателя, называется нисходящей (рис. 4.5).

Различить на чертеже изображения восходящей и нисходящей плоскостей можно, проанализировав проекции треугольника, которым она задана. Из чертежа, на котором изображена восходящая плоскость (рис. 4.4), видно, что обе проекции треугольника *ABC*, горизонтальная *abc* и фронтальная *a'b'c'***,** имеют одинаковые обходы порядка обозначений (по часовой стрелке). Проекции треугольника $A_1B_1C_1$, которыми задана нисходящая плоскость (рис. 4.5), имеют противоположные обходы обозначений: горизонтальная $a_1b_1c_1$ – против движения часовой стрелки, фронтальная $a'_1b'_1c'_1$ – по часовой стрелке.

Плоскости частного положения. Плоскости, перпендикулярные или параллельные к плоскостям проекций, называют плоскостями частного положения.

Плоскость, перпендикулярную к плоскости проекций, называют проецирующей.

1. Горизонтально-проецирующая плоскость: *P(ABCD)* $\perp$ *H* (рис. 4.6).
2. Фронтально-проецирующая плоскость: *Q(ABCD)* $\perp$ *V* (рис. 4.7).

4.2 The Position of a Plane Relative to the Projection Planes

A plane may have the following positions relative to the projection planes:
Inclined to all projection planes;
Perpendicular to the projection plane;
Parallel to the projection plane.

A plane which is not perpendicular or parallel to any of the projection planes is called an oblique plane (a plane of general position). The oblique planes are shown in Figures 4.1, 4.2 and 4.3.

A plane which comes higher, the further it gets from a viewer, is referred to as an ascending plane (Fig. 4.4). A plane which comes lower, the further it gets from a viewer, is called a descending one (Fig. 4.5).

It is possible to distinguish representations of an ascending and a descending plane after analysis of the triangle the plane is specified by. The drawing of an ascending plane (Fig. 4.4) shows that both of the *ABC* triangle projections (the plan *abc* and the elevation *a'b'c'*) are designated clockwise. However, the $A_1B_1C_1$ projections which specify the descending plane in Fig. 4.5, are designated in counterpart ways - the plan $a_1b_1c_1$ is designated counter-clockwise, the elevation $a'_1b'_1c'_1$ - clockwise.

The Planes of Particular Position. The planes perpendicular or parallel to the projection planes are called the planes of particular position.

A *plane perpendicular to a projection plane is called a projecting plane.*

1. The horizontal projecting plane *P(ABCD)* $\perp$ *H*

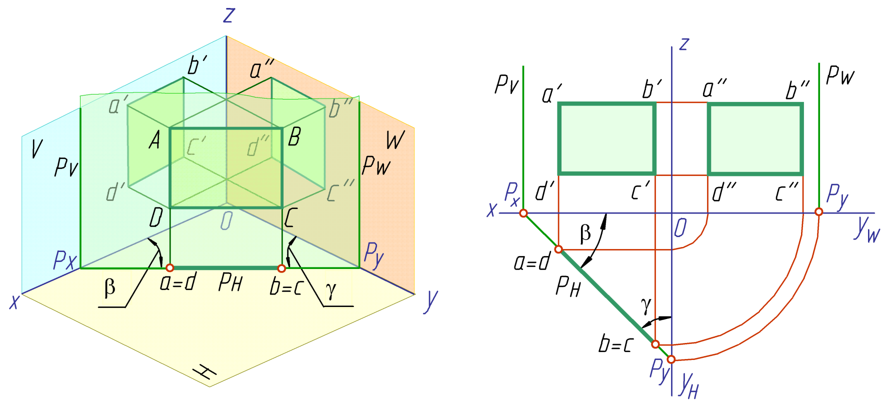


Fig. 4.6 (Fig. 4.6)

2. The vertical projecting plane *Q(ABCD)* $\perp$ *V*

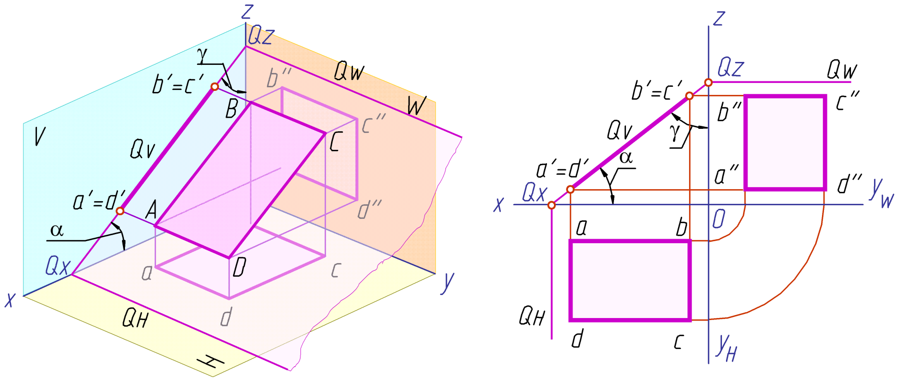


Рис. 4.7. (Fig.4.7)

3. Профильно-проецирующая плоскость: *T(ABCD) ⊥ W* (рис. 4.8).

На ту плоскость проекций, к которой плоскость перпендикулярна, она проецируется в прямую линию. Эту проекцию можно рассматривать и как след плоскости. Кроме того, на эту плоскость проекций в натуральную величину проецируются углы наклона данной плоскости к двум другим плоскостям проекций.

Проецирующие плоскости обладают следующим важным свойством, называемым собирательным: если точка, линия или фигура расположены в плоскости, перпендикулярной к плоскости проекций, то на этой плоскости их проекции совпадают со следом проецирующей плоскости.

Плоскости, параллельные плоскости проекций, называются плоскостями уровня. Плоскости уровня перпендикулярны одновременно к двум плоскостям проекций (двояко проецирующие).

1.Горизонтальная плоскость *P(ABCD) II H* (рис. 4.9).

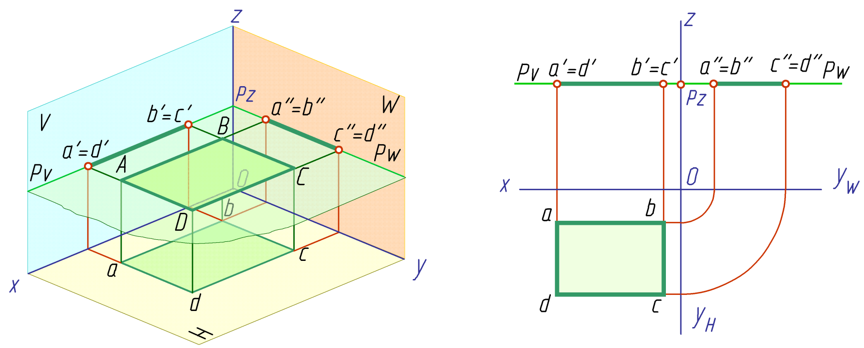


Рис. 4.9 (Fig. 4.9)

2.Фронтальная плоскость *Q(ABCD) II V* (рис. 4.10).

3. The profile projecting plane *T(ABCD) ⊥ W*

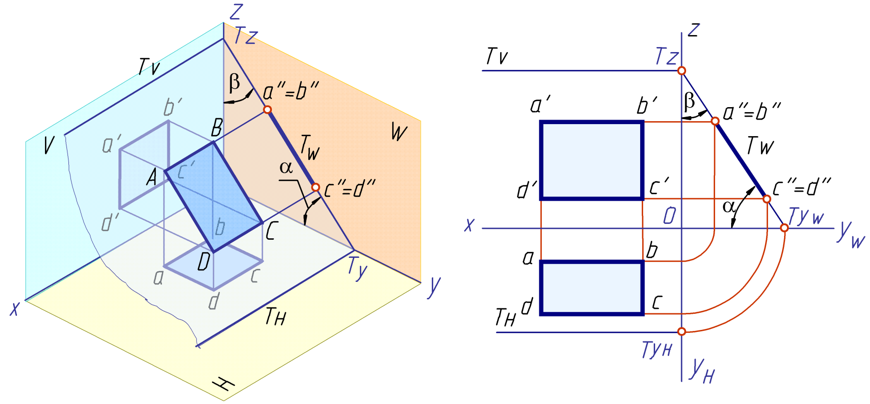


Fig. 4.8 (Рис. 4.8)

A plane projects to a perpendicular projection plane as a straight line. This projection can also be considered as a trace of the plane.

There is an important property of the projecting planes, called a collective one: if a point, a line or a figure are contained in a plane perpendicular to the projection plane, their projections on the above plane coincide with the trace of the projecting plane.

The planes parallel to the projection planes are called the planes of level (the level planes). The level planes are perpendicular to two projection planes simultaneously (double projecting planes).

1. The horizontal plane *P(ABCD) // H*

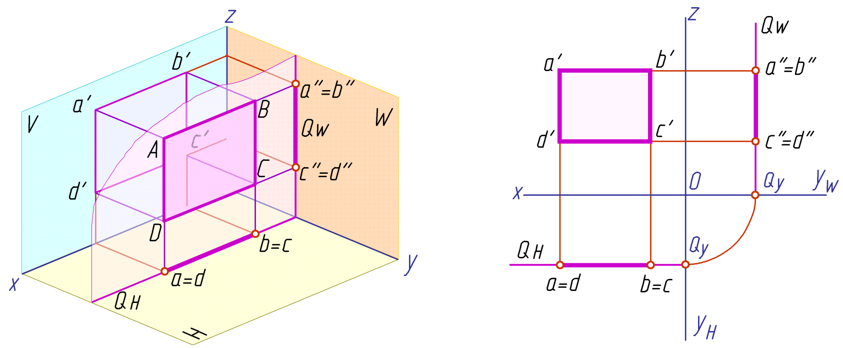


Fig. 4.10 (Рис. 4.10)

2. The frontal plane *Q(ABCD) // V* (Fig. 4.10).

3. Профильная плоскость *T(ABCD) II W* (рис. 4.11).

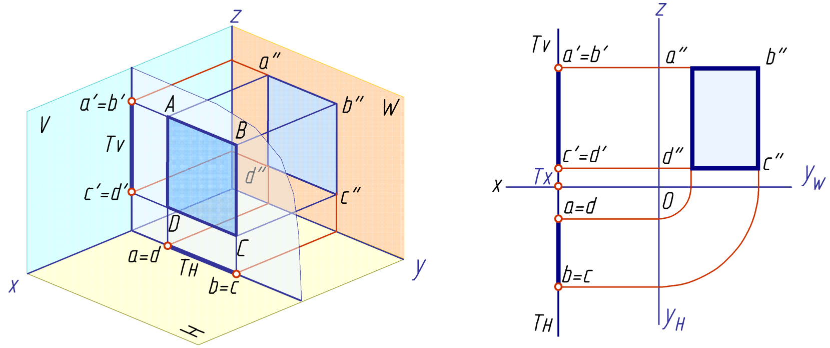


Рис. 4.11 (Fig. 4.11)

Любая линия или фигура, лежащая в плоскости уровня, проецируется без искажения на ту плоскость проекций, которой данная плоскость параллельна. На две другие плоскости проекций плоскость уровня проецируется в виде отрезков прямых линий (следов), перпендикулярных оси проекций, разделяющей эти плоскости проекций.

4.3. Точка и прямая в плоскости

К числу основных задач, решаемых на плоскости, относят: проведение в плоскости прямой; построение в плоскости некоторой точки; построение недостающей проекции точки, лежащей в плоскости; проверка принадлежности точки плоскости.

Решение этих задач основывается на известных положениях геометрии: прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки, принадлежащие плоскости, или если она проходит через одну точку этой плоскости параллельно прямой, лежащей в этой плоскости.

Построение в плоскости прямой линии

Чтобы построить в плоскости прямую линию (рис. 4.12), необходимо отметить две точки, принадлежащие этой плоскости, например, точки *A* и *1*, и через них провести прямую *A1 (a1 и a′1′).*

На рис. 4.13 прямая *B1* принадлежит плоскости треугольника *ABC,* так как она проходит через вершину *B* и параллельна стороне треугольника *AC (b′1′ II a′c′ и b1 II ac).*

Построение в плоскости некоторой точки

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости.

Для построения в плоскости точки в ней проводят вспомогательную прямую и на ней отмечают точку.

3. The profile plane *T(ABCD)* // *W* (Fig. 4.11)

Any line or figure contained in a level plane parallel to a projection plane, projects to the last plane in true shape.

4.3 The Point and the Line in the Plane

The following problems are considered to be the principal ones among those being solved in the plane: drawing a line in a plane; constructing a point on a plane; constructing a lacking projection of a point contained in a plane; checking of a point belonging to a plane.

Solution of the above problems is based on well-known geometric principles: a line belongs to a plane, if it passes through two points belonging to the plane; or if it passes through one point of the above plane and is parallel to a line contained in the plane.

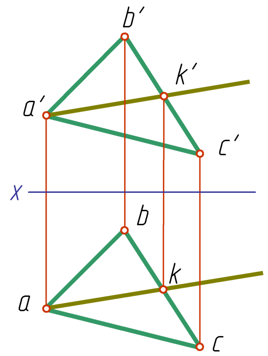


Fig. 4.12 (Рис. 4.12)

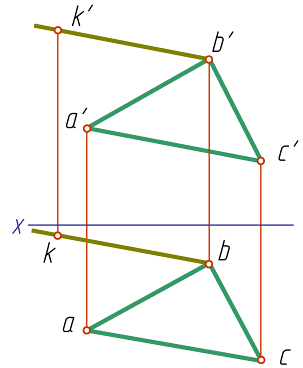


Fig.4.13 (Рис. 4.13)

Construction of a straight line in a plane

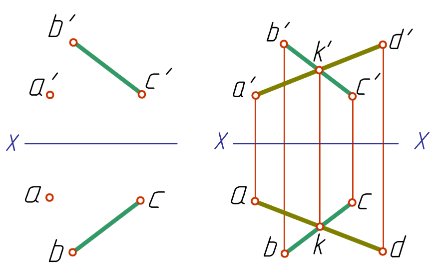
To construct a straight line in a plane (Fig 4.12) it is necessary to specify two points contained in this plane, say, the points *A* and *1*, and draw the line *A1* through them (*a1* and *a'1'*).

Fig. 4.13 - The line *B1* belongs to the plane of the triangle *ABC* as it passes through the vertex *B* and is parallel to the side *AC* (*b'1'* // *a'c'* and *b1*// *ac*).

Construction of a point in a plane

A point belongs to a plane if it lies on a line contained in this plane.

To construct a point in a plane draw an auxiliary line in it and specify a point on this line.



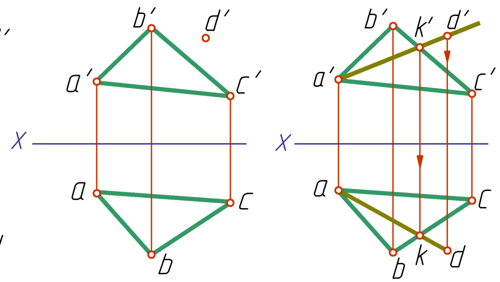


Рис. 4.14 (Fig. 4.14) Рис. 4.15 (Fig.4.15)

На чертеже плоскости, заданной проекциями точки *A (a* и *a′)* и прямой *BC (bc и b′c′)* (рис. 4.14), проведены проекции вспомогательной прямой *A1 (a1* и *a′1′),* принадлежащей плоскости. На ней отмечены проекции *d* и *d′* точки *D*, принадлежащей этой плоскости.

Построение недостающей проекции точки

На рис. 4.15 плоскость задана треугольником *ABC (abc* и *a′b′c′).*

Принадлежащая этой плоскости точка *D* задана проекцией *d′.* Требуется найти горизонтальную проекцию точки *D*. Ее строят с помощью вспомогательной прямой, принадлежащей плоскости и проходящей через точку *D*. Для этого проводим фронтальную проекцию прямой *A1,* строим ее горизонтальную проекцию *a1* и на ней отмечаем горизонтальную проекцию *d* точки.

Проверка принадлежности точки плоскости

Для проверки принадлежности точки плоскости используют вспомогательную прямую, принадлежащую плоскости. Так, на рис. 4.16 плоскость задана параллельными прямыми *AB* и *CD*, точка – проекциями *e* и *e′.* Проекции вспомогательной прямой проводят так, чтобы она проходила через одну из проекций точки. Например, фронтальная проекция вспомогательной прямой *1′ - 2′* проходит через фронтальную проекцию точки *e′.* Построив горизонтальную проекцию прямой *1 - 2*, убеждаемся, что горизонтальная проекция *e* точки ей не принадлежит. Следовательно, точка *E* не принадлежит плоскости.

4.4. Главные линии плоскости

Прямых, принадлежащих плоскости, множество. Среди них выделяют прямые, занимающие особое, частное положение в плоскости. К ним относят – горизонтали, фронтали, профильные прямые и линии наибольшего наклона к плоскостям проекций. Эти линии называются главными линиями плоскости.

Горизонталь – прямая, лежащая в плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций (рис. 4.17).

Projections of the auxiliary line *A1* (*a1* and *a′1′*), belonging to the plane specified by the projections of the point *A* (*a* and *a′*) and the line *BC* (*bc* and *b′c′*) (Fig. 4.14), are drawn in the above plane. Mark down on it the projections *d* and *d′* of the point *D*, belonging to this plane.

Construction of a lacking point projection

The plane on Fig. 4.15 is specified by the triangle *ABC* (*abc* and *a′b′c′*).

The point *D* belonging to this plane is specified by *d′*. Find the horizontal projection of the point *D*. It may be found by a construction of an auxiliary line belonging to the plane and passing through the point *D*. To do this draw the frontal projection of the line *A1*, construct its horizontal projection *a1* and mark off on it the desired horizontal projection *d* of the point.

Testing if a point belongs to a plane

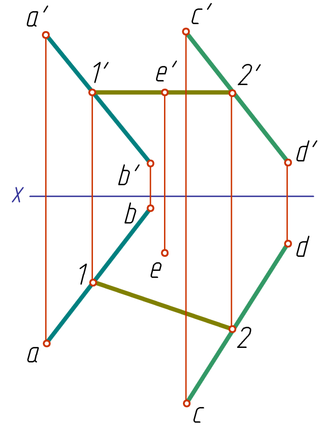


Fig. 4.16 (Рис. 4.16)

Use an auxiliary line included in a plane to check whether the point belongs to this plane. The plane on Fig. 4.16 is specified by the parallel lines *AB* and *CD*, the point - by the projections *e* and *e′*. Draw the projections of the auxiliary line to pass through one of the point projections. For example, the frontal projection of the auxiliary line *1′-2′* passes through the frontal projection of the point *e′*. Construct the horizontal projection of the line *1-2*. It is obvious from the drawing that the horizontal projection *e* of the point does not belong to it. Thus, the point *E* does not belong to the plane.

4.4 The Principal Lines of the Plane

There are a lot of lines belonging to a plane. Those of them which have a special or particular position should be distinguished. They are: *H* parallels or horizontal lines, *V* parallels or frontal or vertical lines, profile lines and lines of maximum inclination or the steepest lines. The above lines are referred to as the principal lines of the plane.

H parallels or horizontal lines are lines lying in a given plane and parallel to the horizontal plane of projection (Fig. 4.17).

Фронталь – прямая, лежащая в плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций (рис. 4.18). Горизонтальная проекция фронтали *c1* параллельна оси *x*, профильная – оси *z*.

Профильная прямая – прямая, лежащая в плоскости и параллельная профильной плоскости проекций. Горизонтальная проекция профильной прямой *b1* параллельна оси *y*, фронтальная – оси *z* (рис. 4.19).

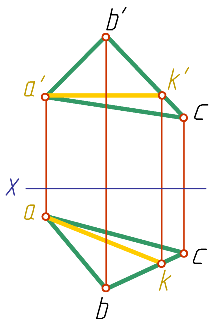


Рис. 4.17 (Fig. 4.17)

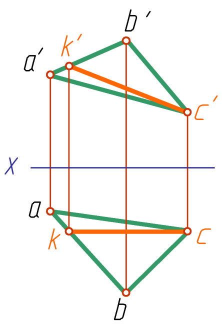


Рис. 4.18 (Fig. 4.18)

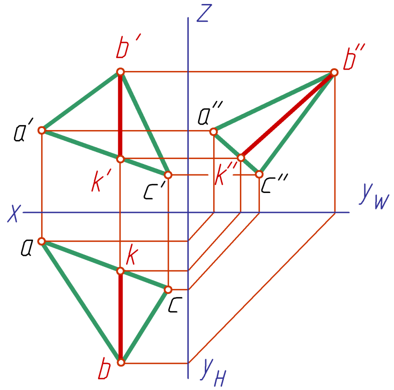


Рис. 4.19 (Fig. 4.19)

Рассмотренные линии являются линиями наименьшего наклона к плоскостям проекций.

Из трех линий наибольшего наклона к плоскостям проекций отметим линию наибольшего наклона к горизонтальной плоскости. Эту линию называют линией ската.

Линия ската – это прямая, лежащая в плоскости и перпендикулярная ее горизонтальному следу или ее горизонтали (рис. 4.20). Построив линию наибольшего наклона на чертеже, можно определить величину двугранного угла между заданной плоскостью и плоскостью проекций. Этот угол будет равен линейному углу, который составляет линия наибольшего наклона со своей проекцией на эту плоскость.

Для определения угла наклона используем метод прямоугольного треугольника (рис. 4.21).

4.5. Взаимное положение прямой и плоскости

Взаимное положение прямой и плоскости определяется количеством общих точек:

а) если прямая имеет две общие точки с плоскостью, то она принадлежит этой плоскости;

б) если прямая имеет одну общую точку с плоскостью, то прямая пересекает плоскость;

в) если точка пересечения прямой с плоскостью удалена в бесконечность, то прямая и плоскость параллельны.

The frontal projection a’1’ of the horizontal line is parallel to the *x* axis, the profile one - to the *y* axis.

V parallels or frontal or vertical lines are lines lying in a given plane and parallel to the vertical plane of projection (Fig. 4.18). The horizontal projection *c1* of the frontal line is parallel to the *x* axis, the profile one - to the *z* axis.

Profile lines are lines lying in a given plane and parallel to the profile plane of projection. The horizontal projection *b1* of the profile line is parallel to the *y* axis, the frontal one - to the *z* axis (Fig. 4.19).

The lines considered above are the lines of minimum inclination to the planes of projections.

Among three lines of maximum inclination or the steepest lines let us mark out the inclination line to the horizontal plane. It is called the steep line.

The steep line is a line lying in a given plane and perpendicular to its horizontal trace or to its *H* parallel (Fig. 4.20). Having constructed the steepest line in a drawing, one may determine the size of the dihedron between the given and projection planes. This angle is equal to the linear angle between the steepest line and its projection on the plane.

Use the method of a right triangle to determine an angle of inclination.

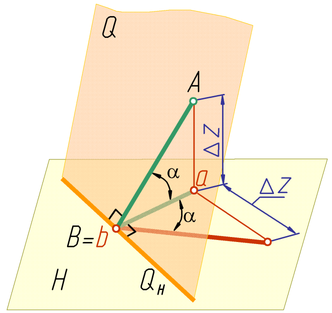


Fig. 4.20 (Рис. 4.20)

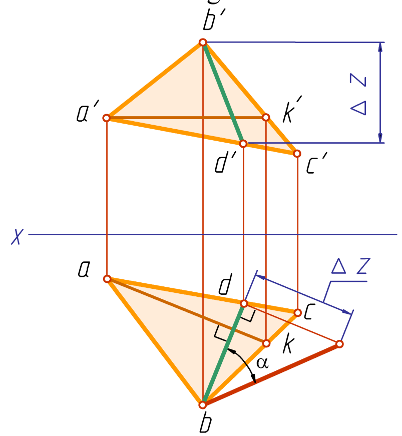


Fig. 4.21 (Рис. 4.21)

4.5 The Relative Positions of a Line and a Plane

The relative positions of a line and a plane are determined by the quantity of points belonging both to the plane and to the line:

a) if a line and a plane have two common points, the line belongs to the plane;

b) if a line and a plane have one common point, the line intersects the plane;

c) if the point of intersection of a line and a plane is at infinity, the line and the plane are parallel.

Задачи, в которых определяется взаимное расположение различных геометрических фигур относительно друг друга, называются позиционными задачами.

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости. Чтобы построить такую прямую, надо в плоскости задать прямую и параллельно ей провести требуемую.

Пусть через точку *A* (рис. 4.22) необходимо провести прямую *AB*, параллельную плоскости *P*, заданной треугольником *CDE*. Для этого через фронтальную проекцию *a′* точки *A* проведем фронтальную проекцию *a′b′* искомой прямой параллельно фронтальной проекции любой прямой, лежащей в плоскости *P*, например, прямой *CD (a′b′ ll c′d′).* Через горизонтальную проекцию *a* точки *A* параллельно *cd* проводим горизонтальную проекцию *ab* искомой прямой *AB (ab ll cd)*. Прямая *AB* параллельна плоскости *P*, заданной треугольником *CDE*. Прямая будет также параллельна плоскости, если она лежит в плоскости, параллельной данной.

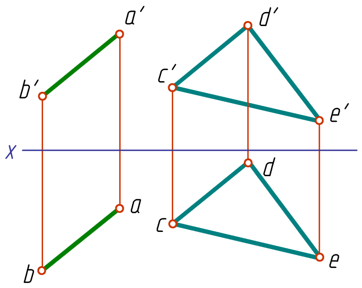


Рис. 4.22 (Fig. 4.22)

Построение точки пересечения прямой с плоскостью

Задача на построение точки пересечения прямой с плоскостью широко применяется в начертательной геометрии. Она лежит в основе задач на пересечение двух плоскостей, поверхности с плоскостью, прямой с поверхностью и на взаимное пересечение поверхностей.

Построить точку пересечения прямой с плоскостью – значит найти точку, принадлежащую одновременно заданной прямой и плоскости. Графически такая точка определяется, как точка пересечения прямой с линией, лежащей в плоскости.

Плоскость занимает проецирующее положение

Если плоскость занимает проецирующее положение (например, она перпендикулярна фронтальной плоскости проекций – рис. 4.23), то фронтальная проекция точки пересечения должна одновременно принадлежать фронтальному следу плоскости и фронтальной проекции прямой, то есть быть в точке их пересечения. Поэтому вначале определена фронтальная проекция *k′* точки *K* (точки пересечения прямой *AB* с фронтально-проецирующей плоскостью *Q (Δ CDE),* а затем ее горизонтальная проекция.

Прямая занимает проецирующее положение

Фронтальная проекция точки – точка *k′* совпадает с точками *a′* и *b′*. Для построения горизонтальной проекции точки пересечения проведем через точку *K* в плоскости *P* прямую (например, *1–2*). Вначале построим ее фронтальную проекцию, а затем горизонтальную.

The problems in determining the relative positions of different geometric figures are called positional problems.

A line is parallel to a plane if it is parallel to any line contained in this plane. To construct such a line, specify a line in the plane and draw the required one parallel to it.

Through point *A* (Fig. 4.22) draw the line *AB* parallel to the plane *P*, which is specified by the triangle *CDE*. To do this through the frontal projection *a′* of the point *A* draw the frontal projection *ab* of the required line parallel to the frontal projection of any line contained in the plane, say, the line *CD* (*a′b′* // *c′d′*). Parallel to *cd* through the horizontal projection *a* of the point *A* pass the horizontal projection *ab* of the desired line *AB* (*ab* // *cd*). The line *AB* is parallel to the plane *P* specified by the triangle *CDE*.

Construction of the intersection point of a line and a plane.

The problem of the construction of intersection point of a line and a plane is widely used in descriptive geometry. It is fundamental for the problems of: the intersection of two planes; of a plane and a surface; a line and a surface; and on the mutual intersection of surfaces.

To construct the point of intersection of a line and a plane means to find a point belonging to both, a given line and a plane. Graphically this is a point of intersection of the straight line and a line contained in the plane.

The plane has a projecting position.

If a plane has a projecting position (for example, it is perpendicular to the frontal plane of projections - Fig. 4.23), the frontal projection of the cutting point must belong to both the frontal trace of the plane and the frontal projection of the line, i.e. to be in the point of their intersection. That is why, first the frontal projection of the point K is determined (the cutting point of the line *AB* and the frontal projecting plane *Q*(*ΔCDE*), and then its horizontal projection.

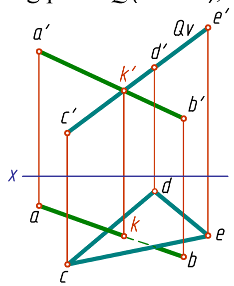


Fig. 4.23 (Рис. 4.23)

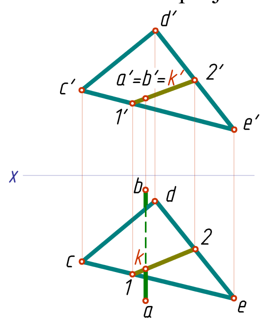


Fig. 4.24 (рис. 4.24)

Fig. 4.24 shows the oblique plane *P* (*ΔCDE*) and the frontal projecting line *AB*, cutting the plane at the point *K*. The frontal projection of the point (the point *k*) coincides with the points *a′* and *b′*. Draw through the point *K* in the plane *P* a straight line (say, *1-2*) to obtain the horizontal projection of the intersection point. First construct its frontal projection, then - the horizontal one.

Точка K является точкой пересечения прямых AB и 1-2. То есть точка K одновременно лежит на прямой AB и в плоскости P и, следовательно, является точкой их пересечения.

Прямая и плоскость занимают общее положение

В этом случае линия, лежащая в плоскости и пересекающаяся с данной прямой, может быть получена как линия пересечения вспомогательной секущей плоскости, проведенной через прямую, с данной плоскостью (рис. 4.25).

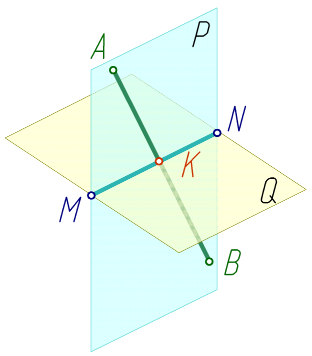


Рис. 4.25 (Fig. 4.25)

Точку пересечения прямой с плоскостью строят по следующему плану:

1. Через прямую AB проводим вспомогательную плоскость P (лучше проецирующую);
2. Строим линию пересечения MN заданной плоскости Q (Δ CDE) и вспомогательной плоскости P;
3. Так как прямые AB и MN лежат в одной плоскости P, то определяем точку их пересечения – точку K, которая является точкой пересечения прямой AB с плоскостью Q.

Для определения видимых участков прямой AB анализируем положение точек на скрещивающихся прямых (конкурирующих точек).

Так, точки M и L находятся на скрещивающихся прямых AB и CD: $M \in CD$, $L \in AB$. Их фронтальные проекции m' и l' совпадают. По горизонтальной проекции при взгляде по стрелке на плоскость V видно, что точка L (проекция l) находится перед точкой M (проекция m) , то есть она закрывает точку M при проецировании на фронтальную плоскость. Следовательно, прямая AB слева от точки K расположена перед треугольником CDE и на фронтальной проекции она будет видима. От точки K вправо прямую AB закрывает треугольник CDE до точки N, соответственно отрезок $k'n'$, показан как невидимый.

Невидимый участок на горизонтальной проекции прямой AB выявлен анализом положения точек 1 и 2 ($1 \in DE$, $2 \in AB$), принадлежащих скрещивающимся прямым AB и DE. По фронтальной проекции видно, что если смотреть по стрелке на плоскость H, то вначале видно точку 1, расположенную выше точки 2. На горизонтальной проекции точка 1 закрывает точку 2. В этом месте прямая AB закрыта треугольником DEF до точки их пересечения K (участок проекции $k2$).

The point K is the point of intersection of the lines AB and 1-2. It means that K belongs to both, the line AB and the plane P and, therefore, is the point of their intersection.

The line and the plane have a general position.

In this case a line lying in the plane and intersecting the given line may be obtained as a line of intersection of an auxiliary plane passed through the line with the given plane (Fig. 4.25, 4.26)

To determine the point of intersection of a straight line and a plane proceed as follows:

Pass an arbitrary auxiliary plane P through the line AB (the simplest way is to pass a projecting plane);

Find the line MN of intersection of the given [Q (ΔCDE)] and auxiliary (P) planes;

As the lines AB and MN lie in one plane P, the point of their intersection (K) yields the desired point.

Determine the relative visibility of the line AB and the plane Q.

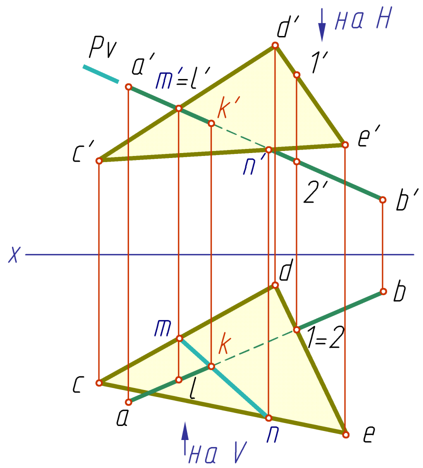


Fig. 4.26 (Рис. 4.26)

To determine the visible sections of the line AB analyse the position of the points on the skew lines (the competitive points).

The points M and L are situated on the skew lines AB and CD: $M \in CD$, $L \in AB$. Their frontal projections m' and l' coincide. The horizontal projection shows that, if the V plane is viewed in the direction of the arrow, the point L (projection l) is situated in front of the point M (projection m), i.e. being projected on the frontal plane it covers the point M. Therefore, the line AB to the left of the point K is situated in front of the triangle CDE, and it is visible on the frontal projection. The triangle CDE covers the line AB to the right of the point K up to the point N, that is why the segment $k'n'$ is shown as an invisible one.

The invisible part of the horizontal projection of the line AB is determined by analysis of the position of the points 1 and 2 ($1 \in DE$, $2 \in AB$), belonging to the skew lines AB and DE. The frontal projection shows that, if the H plane is viewed in the direction of the arrow, the point 1, which lies above the point 2, is visible first. On the horizontal projection the point 1 covers the point 2. In this section the line AB is covered by the triangle DEF as far as the intersection point K (the projection section $k2$).

4.6. Взаимное положение плоскостей

Общим случаем взаимного положения двух плоскостей является их пересечение. В частном случае, когда линия пересечения удалена в бесконечность, плоскости становятся параллельными. Параллельные плоскости совпадают при сокращении расстояния между ними до нуля.

Параллельные плоскости

Плоскости будут параллельными, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Если через точку *D* (рис. 4.27) требуется провести плоскость, параллельную заданной *(ΔABC),* то через точку проводим две прямые, параллельные двум любым прямым, находящимся в заданной плоскости, например, сторонам треугольника.

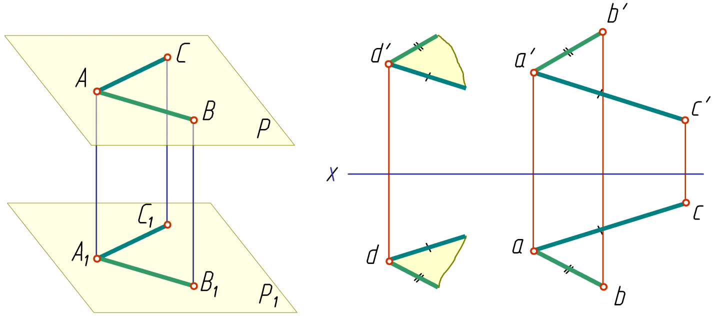


Рис. 4.27 (Fig. 4.27)

Пересекающиеся плоскости

Линия пересечения двух плоскостей определяется двумя точками, каждая из которых принадлежит обеим плоскостям, или одной точкой, принадлежащей двум плоскостям, и известным направлением линии. В обоих случаях задача заключается в нахождении точек, общих для двух плоскостей.

Пересечение двух проецирующих плоскостей

Если плоскости занимают частное положение, например, как на рис. 4.28, являются горизонтально-проецирующими, то проекция линии пересечения на плоскость проекций, к которой данные плоскости перпендикулярны (в данном случае к горизонтальной), будет точка. Фронтальная проекция линии пересечения перпендикулярна оси проекций.

Пересечение проецирующей плоскости и плоскости общего положения

В этом случае одна проекция линии пересечения совпадает с проекцией проецирующей плоскости на той плоскости проекций, к которой она перпендикулярна. На рис. 4.29 показано построение проекций линии пересечения фронтально-проецирующей плоскости, заданной следами, а на рис. 4.30 – горизонтально-проецирующей плоскости, заданной треугольником *ABC* с плоскостью общего положения, заданной треугольником *DEF*.

4.6 Mutual Positions of the Planes

A general case of the mutual positions of planes is their intersection. In the particular case when the intersection line is at infinity, the planes become parallel. The parallel planes coincide when the distance between them is shortened to zero.

The parallel planes

The planes are considered to be parallel if two intersecting lines of one plane are relatively parallel to two intersecting lines of the other (Fig. 4.27)

To pass through the point *D* a plane parallel to a given plane (*ΔABC*), draw two lines through the point, parallel to any two lines contained in the given plane, say, the triangle sides.

Intersecting planes

The line of intersection of two planes is determined by two points, each belonging to both planes; or by one point, belonging to both planes, plus a given direction of the line. In both cases the problem is to find the point common to both planes.

Intersection of two projecting planes

If the planes are of a particular position (say, a horizontal projecting one, like in Fig. 4.28), the projection of the intersection line on the plane of projections to which the given planes are perpendicular (in this case, to the horizontal one) comes to be a point. The frontal projection of the line of intersection is perpendicular to the projection axis.

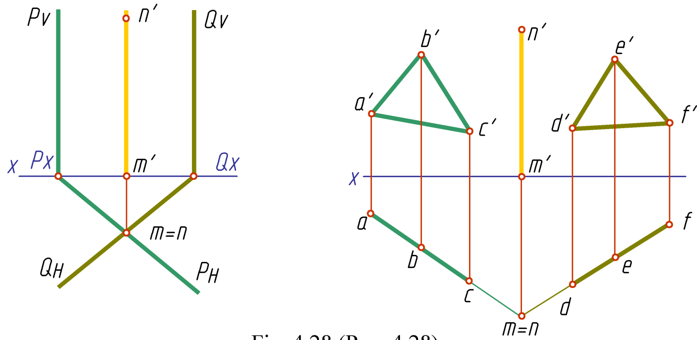


Fig. 4.28 (Рис. 4.28)

Intersection of a projecting plane and an oblique plane

In this case, one projection of the line of intersection coincides with the projection of the projecting plane on that projection plane to which it is perpendicular. Figure 4.29 shows the construction of the projections of the intersection line of the frontal projecting plane specified by traces; Figure 4.30 - of the horizontal projecting plane specified by the triangle *ABC* with the plane of general position specified by the triangle *DEF*.

На фронтальной проекции (рис. 4.29) в пересечении следа плоскости P_v и сторон *DE* и *DF* треугольника *DEF* находим фронтальные проекции *m′* и *n′* линии пересечения. Строя линии связи, находим горизонтальные проекции точек *M* и *N* линии пересечения.

При взгляде по стрелке на плоскость *H* по фронтальной проекции видно, что часть треугольника левее линии пересечения *MN (m′n′)* находится над плоскостью *P*, то есть будет видимой на горизонтальной плоскости проекций. Остальная часть – под плоскостью *P*, то есть невидима.

Подобным образом находится линия пересечения для плоскостей, изображенных на рис. 4.30.

Пересечения плоскостей общего положения

Общий прием построения линии пересечения таких плоскостей заключается в следующем. Вводим вспомогательную плоскость (посредник) и строим линии пересечения вспомогательной плоскости с двумя заданными (рис. 4.31). В пересечении построенных линий находим общую точку двух плоскостей. Для нахождения второй общей точки построение повторяем с помощью еще одной вспомогательной плоскости. Find the intersection lines of the planes of Fig.4.30 in a similar fashion.

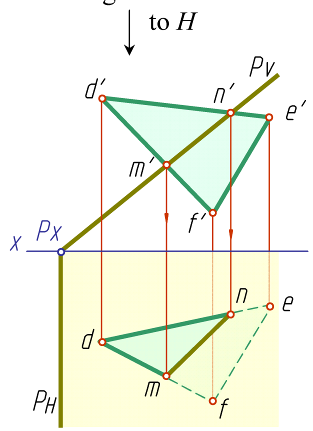


Рис. 4.29 (Fig. 4.29)

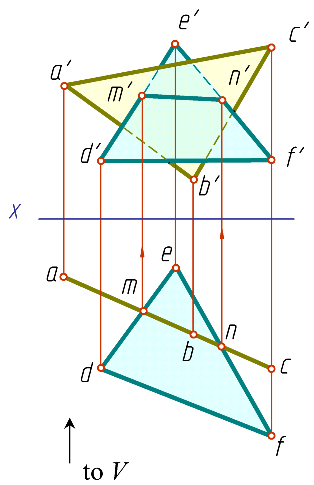


Рис. 4.30 (Fig. 4.30)

При решении подобных задач удобнее в качестве посредников применять проецирующие плоскости.

На рис. 4.32 дано построение линии пересечения двух треугольников. Решение выполняем в следующей последовательности. Проводим две вспомогательные фронтально-проецирующие плоскости – плоскость *P* через сторону *AC* и плоскость *Q* через сторону *BC* треугольника *ABC*. Плоскость *P* пересекает треугольник *DEF* по прямой *1-2*.

In the point of intersection of the plane P_v trace with the sides *DE* and *DF* of the triangle *DEF* on the frontal projection (Fig. 4.29), find the frontal projections *m′* and *n′* of the intersection line. Drawing the connection lines find the horizontal projections of the points *M* and *N* of the intersection line.

Viewing the plane *H* in the direction of the arrow, one can see (by the plan) that a part of the triangle to the left from the cutting line *MN* (*m′n′*) is above the plane *P*, it means it is visible on the horizontal projection plane. The other part is under the plane *P*, i.e. it is invisible.

Intersection of the oblique planes

The method of drawing the intersection lines of such planes consists of the following:

Introduce an auxiliary plane (intermediary) and draw the lines of intersection of this plane with the two given ones (Fig. 4.31). The intersection of the drawn lines shows the common point of the above planes. To find the other common points use another auxiliary plane.

In solving such kinds of problems, it is better to use projecting planes as intermediaries.

Fig. 4.32 shows the construction of the intersection line of two triangles. The solution is as follows:

Draw two auxiliary frontal projecting planes - the plane *P* through the side *AC* and the plane *Q* through the side *BC* of the triangle *ABC*. The plane *P* cuts the triangle *DEF* along the line *1-2*.

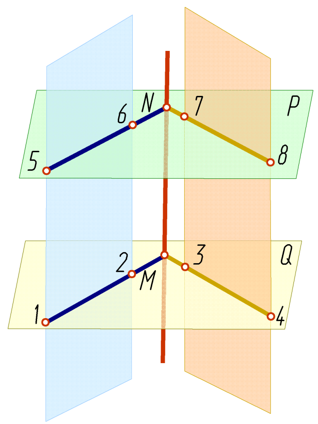


Fig. 4.31 (Рис. 4.31)

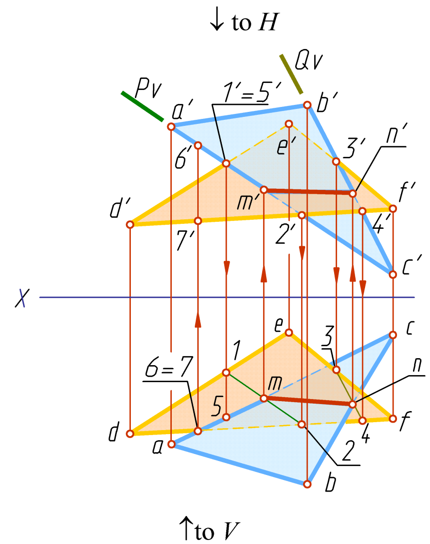


Fig. 4.32 (Рис. 4.32)

В пересечении горизонтальных проекций *1-2* и *ac* находим горизонтальную проекцию точки *M(m)* линии пересечения. Плоскость *Q* пересекает треугольник *DEF* по прямой *3-4*. В пересечении горизонтальных проекций *3-4* и *bc* находим горизонтальную проекцию точки *N(n)* линии пересечения. Фронтальные проекции этих точек, а следовательно, и линии пересечения, находим, проводя линии связи.

Анализ взаимной видимости треугольников на плоскостях проекций выполняем с помощью конкурирующих точек.

Для определения видимости на фронтальной плоскости проекций сравниваем фронтально-конкурирующие точки *1* и *5*, лежащие на скрещивающихся прямых *AC* и *DE*. Их фронтальные проекции совпадают. На горизонтальной проекции видно, что при взгляде по стрелке на плоскость *V* точка *5* расположена ближе к наблюдателю, и поэтому она закрывает точку *1*. Следовательно, участок прямой *AC* левее точки *M* будет видимым на фронтальной плоскости проекций.

Для определения видимости на горизонтальной плоскости проекций сравниваем горизонтально-конкурирующие точки *6* и *7*, лежащие на скрещивающихся прямых *AC* и *DF*. Их горизонтальные проекции совпадают. При взгляде по стрелке на плоскость *H* видно, что точка *6* и прямая *AC* расположены выше точки *7* и прямой *DF*. Следовательно, участок *AM* прямой *AC* на горизонтальной плоскости проекций будет видимым.

4.7. Способ замены плоскостей проекций

Для упрощения решения метрических и позиционных задач применяются различные методы преобразования ортогональных проекций. После таких преобразований новые проекции позволяют решать задачу минимальными графическими средствами.

Способ замены плоскостей проекций состоит в том, что одна из плоскостей заменяется новой. Эта плоскость выбирается перпендикулярно оставшейся плоскости проекций. Геометрическая фигура при этом не меняет своего положения в пространстве. Новую плоскость располагают так, чтобы по отношению к ней геометрическая фигура занимала частное положение, удобное для решения задачи.

На рис. 4.33 изображен пространственный чертеж отрезка прямой общего положения *AB* и его проекции на плоскостях *H* и *V*. Заменив плоскость *V* новой вертикальной плоскостью V_1, параллельной отрезку *AB*, получим новую систему двух взаимно перпендикулярных плоскостей V_1 и *H*, относительно которых отрезок *AB* занимает частное положение $(AB \parallel V_1)$, x_1 – новая ось проекций. Новая проекция отрезка *AB* $(a'_1b'_1)$ равна его натуральной величине, а угол α равен натуральной величине угла наклона отрезка *AB* к плоскости *H*.

In the intersection point of the plans *1-2* and *ac* find the plan of the point *M* (*m*) of the intersection line. The plane *Q* cuts the triangle *DEF* along the line *3-4*. In the intersection point of the horizontal projections *3-4* and *bc* find the plan of the point *N* (*n*) of the intersection line. Pass the connecting lines to find the frontal projections of the above points and, therefore, of the intersection line.

Analysis of the mutual visibility of the triangles on the projection planes do with the help of competitive points.

To determine visibility on the frontal projection plane compare the frontal competitive points *1* and *5* lying on the skew lines *AC* and *DE*. Their frontal projections coincide. The horizontal projection shows that on the plane *V*, viewed in the direction of the arrow, the point *5* is situated closer to a viewer and that is why it covers the point *1*. So, the segment of the line *AC* to the left of the point *M* is visible on the frontal projection plane.

To determine visibility on the horizontal projection plane compare the horizontal competitive points *6* and *7* lying on the skew lines *AC* and *DF*. Their horizontal projections coincide. The plane *H*, viewed in the direction of the arrow, shows that the point 6 and the line *AC* are situated above the point *7* and the line *DF*. So, the segment *AM* of the line *AC* is visible on the horizontal projection plane.

4.7. Method of Replacing Planes of Projection

Different methods of transformation of orthogonal projections are used to make the solution of metric and positional problems simpler. After such transformations the new projections help to solve the problem by minimal graphic means.

The method of replacing planes of projection consists in the substitution of a plane with a new one. The new plane should be perpendicular to the remaining one. The position in space of the geometric figure remains unchanged. The new plane should be positioned so that the geometric figure has a particular position to it, convenient for solving the problem.

Fig. 4.33 shows a spatial drawing of the *AB* line-segment of general position and its projection on the planes *H* and *V*. Replace the plane *V* with a new vertical plane V_1 , parallel to the line-segment *AB*, to obtain a new system of two mutually perpendicular planes V_1 and *H*, relatively to each the segment *AB* has a particular position $(AB /\!/ V_1)$, x_1 is a new coordinate axis. The new projection of the line-segment *AB* $(a'_1b'_1)$ is equal in length to its true size, and the angle α is equal to the true size of the inclination angle between *AB* and the plane *H*.

При замене фронтальной плоскости (как видно из рис. 4.33) постоянными остаются z координаты, то есть расстояние от точек до горизонтальной плоскости проекций H не изменяется. Следовательно, для построения новой проекции отрезка (рис. 4.34) необходимо:

– на любом расстоянии, параллельно горизонтальной проекции отрезка AB, провести новую ось x_1;

– через горизонтальные проекции a и b, перпендикулярно оси x_1 провести линии связи;

– от точек пересечения линий связи с осью x_1 отложить z координаты точек A и B;

– полученные точки a'_1 и b'_1 соединить прямой линией.

При замене горизонтальной плоскости проекции H на новую плоскость координаты y точек остаются неизменными, то есть расстояние от точки до фронтальной плоскости проекций не изменится при проецировании точки на новую плоскость, расположенную перпендикулярно плоскости проекций V.

Если для решения задачи необходима замена двух плоскостей проекций, т.е. от исходной системы плоскостей проекций $x = \frac{V}{H}$ необходимо перейти к новой $x_2 = \frac{V_1}{H_1}$, то это можно сделать по одной из следующих схем:

$$x = \frac{V}{H} \to x_1 = \frac{V_1}{H} \to x_2 = \frac{V_1}{H_1} \quad \text{или} \quad x = \frac{V}{H} \to x_1 = \frac{V}{H_1} \to x_2 = \frac{V_1}{H_1}.$$

Четыре основные задачи, решаемые способом замены плоскостей проекций

1. *Прямую общего положения преобразовать в прямую, параллельную одной из плоскостей проекций. Такое преобразование позволяет определить натуральную величину отрезка прямой и углы наклона его к плоскостям проекций (рис. 4.35 и 4.36).*

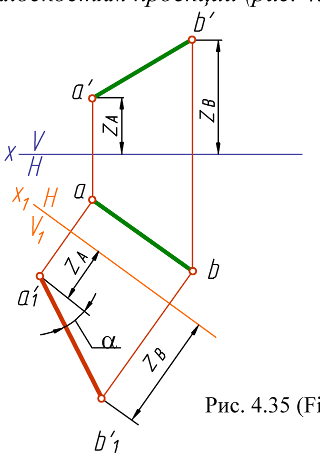


Рис. 4.35 (Fig. 4.35)

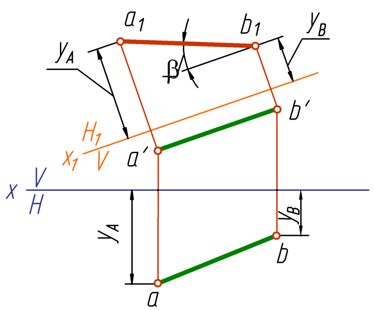


Рис. 4.36 (Fig. 4.36)

When replacing the frontal plane of projection (Fig. 4.33), z co-ordinates are constant, i.e. the distance between the points and the horizontal projection plane H remains unchanged. Therefore, to construct a new projection of the line-segment (Fig. 4.34) proceed as follows:

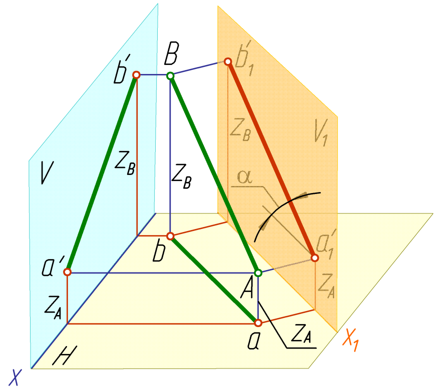


Fig. 4.33 (Рис. 4.33)

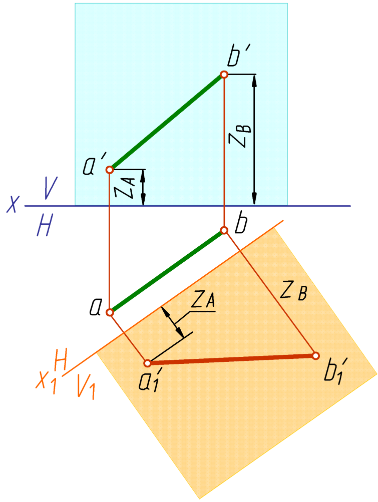


Fig. 4.34 (Рис. 4.34)

- at any distance pass the new axis x_1 parallel to the horizontal projection of the line-segment AB;

- through the horizontal projections a and b perpendicular to the axis x_1 pass the connection lines;

- from the point of intersection of the connection lines with the axis x_1 lay off z-co-ordinates of A and B points;

- connect the obtained points $a'_1b'_1$ with a straight line.

When replacing the horizontal plane H with a new one, y-co-ordinates remain unchanged, which means that the distance between the point and the frontal projection plane does not change if the point is projected on the new plane, perpendicular to the plane V.

Four principal problems solved by replacing the projection planes

1. *Transform a line of general position into a line parallel to one of the projection planes. Such a transformation helps to determine the true size of the line-segment and its inclination angles contained by the projection planes (Fig. 4.35, 4.36)*

При решении задачи новую плоскость, например, V_1 (рис. 4.35), ставим в положение, параллельное отрезку. В этом случае новая ось проекций будет проходить параллельно горизонтальной проекции прямой.

$$x = \frac{V}{H} \to x_1 = \frac{V_1}{H}; \quad V_1 \perp H; \quad V_1 // AB; \quad x_1 // ab.$$

Через горизонтальные проекции a и b, перпендикулярно новой оси x_1, проводим линии связи и на них откладываем z координаты точек (то есть расстояние от оси x до фронтальной проекции точек). Новая проекция $a'_1b'_1$ будет равна натуральной величине отрезка, а угол α – равен углу наклона отрезка к плоскости H.

При замене горизонтальной плоскости проекций на новую, располагая эту плоскость параллельно отрезку AB, мы определим натуральную величину отрезка и угол наклона его к плоскости V – угол β (рис. 4.36).

В этом случае ось проекций новой плоскости проводим параллельно фронтальной проекции прямой $a'b'$, а координаты y берем с горизонтальной плоскости проекций.

$$x = \frac{V}{H} \to x_1 = \frac{V}{H_1}; \quad H_1 \perp V; \quad H_1 // AB; \quad x_1 // a'b'.$$

2. *Прямую, параллельную одной из плоскостей проекций, преобразовать в проецирующую прямую, то есть поставить в положение, перпендикулярное плоскости проекций, чтобы прямая на эту плоскость спроецировалась в точку (рис. 4.37).*

Так как данная прямая параллельна горизонтальной плоскости проекций, то для преобразования ее в проецирующую прямую, необходимо заменить фронтальную плоскость V на новую V_1, расположив плоскость V_1 перпендикулярно AB. Тогда на плоскость V_1 прямая спроецируется в точку ($a'_1 = b'_1$).

$$x = \frac{V}{H} \to x_1 = \frac{V_1}{H}; \quad V_1 \perp H; \quad V_1 \perp AB; \quad x_1 \perp ab.$$

Чтобы прямую общего положения AB (рис. 4.38) преобразовать в проецирующую, проводят две замены, то есть обе задачи, первую и вторую, решают последовательно. Вначале прямую общего положения преобразуют в прямую параллельную плоскости проекций (прямую уровня), а затем эту прямую преобразуют в проецирующую.

3. *Плоскость P (Δ ABC) общего положения преобразовать в проецирующую (рис. 4.39), то есть в расположенную перпендикулярно к одной из плоскостей проекций.*

To solve the problem, draw a new plane, say, V_1 (Fig. 4.35), parallel to the segment. In this case the new co-ordinate axis passes parallel to the horizontal projection of the given line.

$$x = \frac{V}{H} \to x_1 = \frac{V_1}{H}; \quad V_1 \perp H; \quad V_1 // AB; \quad x_1 // ab.$$

Draw, through the horizontal projections a and b perpendicular to the new axis, the connection lines. Lay off on them z-co-ordinates of the points (the distance from the x axis to the frontal projection of the points). The new projection $a'_1b'_1$ is equal to the true size of the segment, and the angle α is equal to the inclination angle contained by the segment and the plane H.

When replacing the horizontal projection with a new one, draw this plane parallel to the line-segment AB and determine the true size of the segment and its inclination angle with the plane V - the angle β (Fig. 4.36).

In this case pass the coordinate axis of the new plane parallel to the frontal projection of the line $a'b'$, and take the co-ordinates y from the horizontal projection plane.

$$x = \frac{V}{H} \to x_1 = \frac{V}{H_1}; \quad H_1 \perp V; \quad H_1 // AB; \quad x_1 // a'b'.$$

2. Transform a line parallel to one of the projection planes into a projecting line, i.e. position it perpendicular to the projection plane, to project the line on this plane as a point (Fig. 4.37).

As the given line is parallel to the horizontal plane, to transform it into a projecting line replace the frontal plane V with a new $V_1 \perp H$, drawing the plane V_1 perpendicular to AB. As a result the given line is projected on the plane V_1 as a point ($a'_1 = b'_1$).

$$x = \frac{V}{H} \to x_1 = \frac{V_1}{H}; \quad V_1 \perp H; \quad V_1 \perp AB; \quad x_1 \perp ab.$$

To transform the general position line AB (Fig. 4.38) into a projecting one, make two replacements, i.e. solve both problems, the first and the second ones, successively. First transform a general position line into a line parallel to a projection plane (a line of level), then the last is transformed into a projecting one.

3. Transform the oblique plane P (ΔABC) into a projecting one (Fig. 4.39), i.e. positioned perpendicular to one of the projection planes.

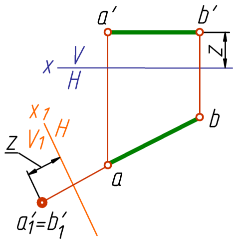
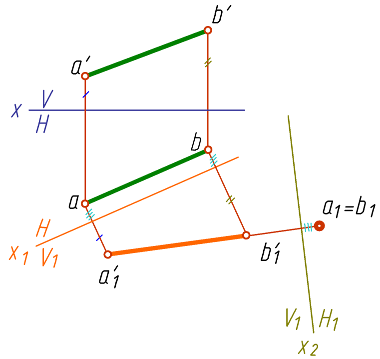


Рис. 4.37 (Fig. 4.37)



$$x=\frac{V}{H}\to x_1=\frac{V_1}{H}\to x_2=\frac{V_1}{H_1};$$

$V_1 \perp H$ $\qquad$ $H_1 \perp V_1$

$V_1 // AB$ $\qquad$ $H_1 \perp AB$

$x_1 // ab$ $\qquad$ $x_2 \perp a'_1\, b'_1$

Рис. 4.38 (Fig. 4.38)

Заменим, например, плоскость V на новую плоскость V_1, которую расположим перпендикулярно плоскости H и плоскости P. Плоскость V_1 будет перпендикулярна плоскости P, если мы ее расположим перпендикулярно какой-нибудь линии плоскости. Для упрощения решения задачи в качестве этой линии возьмем горизонталь (линию, параллельную горизонтальной плоскости проекций). Строим в плоскости P горизонталь $C1$ и перпендикулярно ей проводим новую плоскость V_1. Ось x_1 проводим в любом месте перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали $(x_1 \perp c1)$. Строим новую фронтальную проекцию плоскости P. Горизонталь на новую плоскость спроецируется в точку $(c'_1=1'_1)$, а плоскость P (ΔABC) в линию $a'_1c'_1b'_1$.

$$x=\frac{V}{H}\to x_1=\frac{V_1}{H};\ \ V_1 \perp H;\ \ V_1 \perp P(\Delta ABC);\ \ V_1 \perp C1\ (C1 - \text{горизонталь});\ \ x_1 \perp (c1).$$

Для преобразования плоскости P в горизонтально-проецирующую плоскость, необходимо заменить плоскость H на новую, расположив ее перпендикулярно плоскости V и фронтали плоскости P (которую предварительно проводим в этой плоскости).

4. Преобразовать плоскость P (ΔABC) из плоскости проецирующей в плоскость уровня (плоскость, параллельную одной из плоскостей проекций). При таком преобразовании мы определяем натуральную величину плоской фигуры (рис. 4.40 и 4. 41).

Replace, for example, the plane V with a new plane V_1, which is perpendicular to the plane H and the plane P. The plane V_1 is perpendicular to the plane P if it is drawn perpendicular to one of the lines of the plane. Let us take H parallel here (the line parallel to the horizontal projection plane). Draw in the plane P the H parallel $C1$ and pass a new plane V_1 perpendicular to it. Pass the axis x_1 in any place perpendicular to the horizontal projection of the H parallel $(x_1 \perp c1)$. Now construct a new frontal projection of the plane P. The H parallel is projected onto the new plane as a point $(c'_1=1'_1)$, the plane P (ΔABC) - as the line $a'_1c'_1b'_1$.

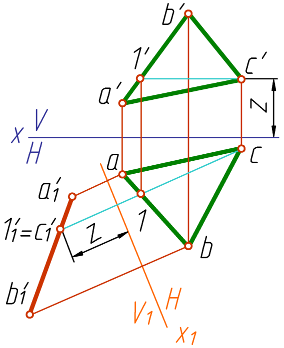


Fig. 4.39 (Рис. 4.39)

To transform the plane P into a horizontal projecting plane, replace the plane H with a new one, perpendicular to the plane V and to the V parallel of the plane P (which has been drawn in this plane previously).

4. Transform the plane P (ΔABC) from a projecting plane into a level plane (a plane parallel to one of the projection planes). In this case we determine the true size of the plane figure (Fig. 4.40 and 4.41).

Fig. 4.40 shows the frontal projecting plane. Replace the horizontal plane H with a new one, positioning it perpendicular to the plane V and parallel to the plane P. Pass the new axis x_1 parallel to the frontal projection $a'b'c'$, and new connection lines - perpendicular to x_1. Y co-ordinates remain unchanged as the horizontal plane was changed. Carry the coordinates onto the new plane. As a result obtain a new horizontal projection of the triangle equal to the true size of ΔABC.

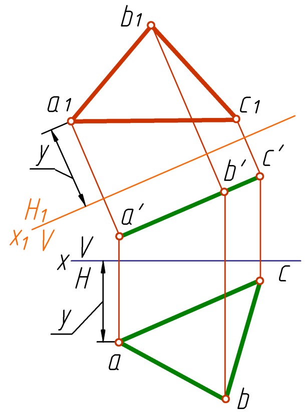


Fig. 4.40 (Рис. 4.40)

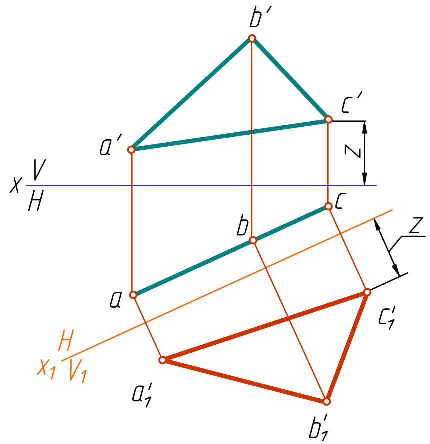


Fig. 4.41 (Рис. 4.41)

На рис. 4.40 изображена фронтально-проецирующая плоскость. Заменим горизонтальную плоскость H на новую, расположив ее перпендикулярно плоскости V и параллельно плоскости P. Новую ось проекций x_1 проводим параллельно фронтальной проекции $a'b'c'$ и новые линии связи перпендикулярно x_1. Так как заменена горизонтальная плоскость проекций, то координаты y остаются неизменными. Перенесем их на новую плоскость. В результате получаем новую горизонтальную проекцию треугольника, равную натуральной величине треугольника ABC.

$$x=\frac{V}{H}\rightarrow x_1=\frac{V}{H_1};\quad H_1 \perp V;\quad H_1//P(\Delta ABC);\quad x_1//a'b'c'.$$

Задача решается аналогично, если плоскость $P(\Delta ABC)$ горизонтально-проецирующая (рис. 4.41). В этом случае заменяется фронтальная плоскость V на новую V_1, которая проводится перпендикулярно плоскости H и параллельно плоскости P. Ось x_1 строится параллельно линии abc. При такой замене координаты z остаются неизменными и их с фронтальной плоскости проекций откладываем на линиях связи от новой оси x_1.

$$x=\frac{V}{H}\rightarrow x_1=\frac{V_1}{H};\quad V_1 \perp H;\quad V_1//P(\Delta ABC);\quad x_1//abc.$$

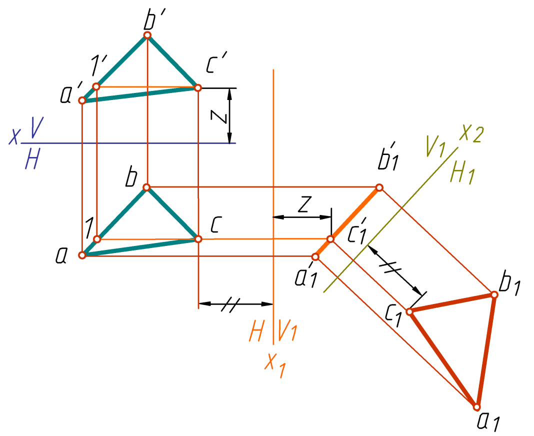
Для того, чтобы плоскость общего положения преобразовать в плоскость, которая будет параллельна одной из плоскостей проекций, необходимо провести две замены, то есть решить совместно третью и четвертую задачи (рис. 4.42).

Вопросы к главе 4

1. Как может быть задана на чертеже плоская фигура?
2. Что называется следом плоскости?
3. Дайте определение плоскости общего положения?
4. Какая плоскость называется проецирующей?
5. Какая плоскость называется плоскостью уровня?
6. При каких условиях прямая будет принадлежать плоскости?
7. При каких условиях точка принадлежит плоскости?
8. Какие линии называются главными линиями плоскости?
9. Назовите условия параллельности прямой и плоскости.
10. Какое взаимное положение могут занимать плоскости?
11. Как по чертежу можно определить, параллельны ли между собой две плоскости общего положения?
12. Как строится линия пересечения двух плоскостей?
13. В чем суть заключается способ замены плоскостей проекций?
14. В какой взаимосвязи должны быть старая и новая плоскости проекций?
15. Какие операции нужно выполнить, чтобы преобразовать: прямую общего положения в проецирующую прямую; плоскость общего положения в плоскость уровня?

The problem is solved in a similar fashion if the plane P (ΔABC) is a horizontal projecting plane (Fig. 4.41). In this case the frontal plane V is replaced with the new one V_1 which is drawn perpendicular to the plane H and parallel to the plane P. The axis x_1 is passed parallel to the line abc. With such a replacement the coordinates z remain unchanged, lay them off on the connection lines, from the new axis x_1.

To transform an oblique plane into a plane, parallel to one of the projection planes, two replacements are necessary (Fig. 4.42); that is to solve the third and the forth problems successively.



$$x=\frac{V}{H}\rightarrow x_1=\frac{V_1}{H}\rightarrow x_2=\frac{V_1}{H_1};$$

1. $V_1 \perp H$; $V_1 \perp P(\Delta ABC)$; $V_1 \perp C1$ ($C1$ – *горизонталь*); $x_1 \perp (c1)$;

2. $H_1 \perp V_1$; $H_1//P(\Delta ABC)$; $x_2//a'_1c'_1b'_1$.

Fig. 4.42 (Рис. 4.42)

Questions to Chapter 4

1. What are the ways of specifying a plane figure?
2. What are “traces of the plane”?
3. What plane is called a projecting plane?
4. What is the level plane?
5. Under what conditions does a line belong to a plane?
6. Under what conditions does a point belong to a plane? What lines are referred to as the principal lines of the plane?
7. What are the terms of a line and a plane to be parallel?
8. How can you find the meeting point of a line and a plane?
9. What are the relative positions of the planes?
10. What determines mutual parallelism of two oblique planes in a drawing?
11. What is the way of drawing an intersection line of two planes?
12. What is the gist of the replacing planes of projection method?
13. What mutual relations must the old and new planes of projections have?
14. What actions are necessary to obtain the following transformations: of a general position line into a projecting one; of an oblique plane into a level plane?